

TRATADO

DE ARITMÉTICA

PARA EL USO

DE LOS ALUMNOS DE LA ACADEMIA

[illegible]

LAS [illegible] ARTES

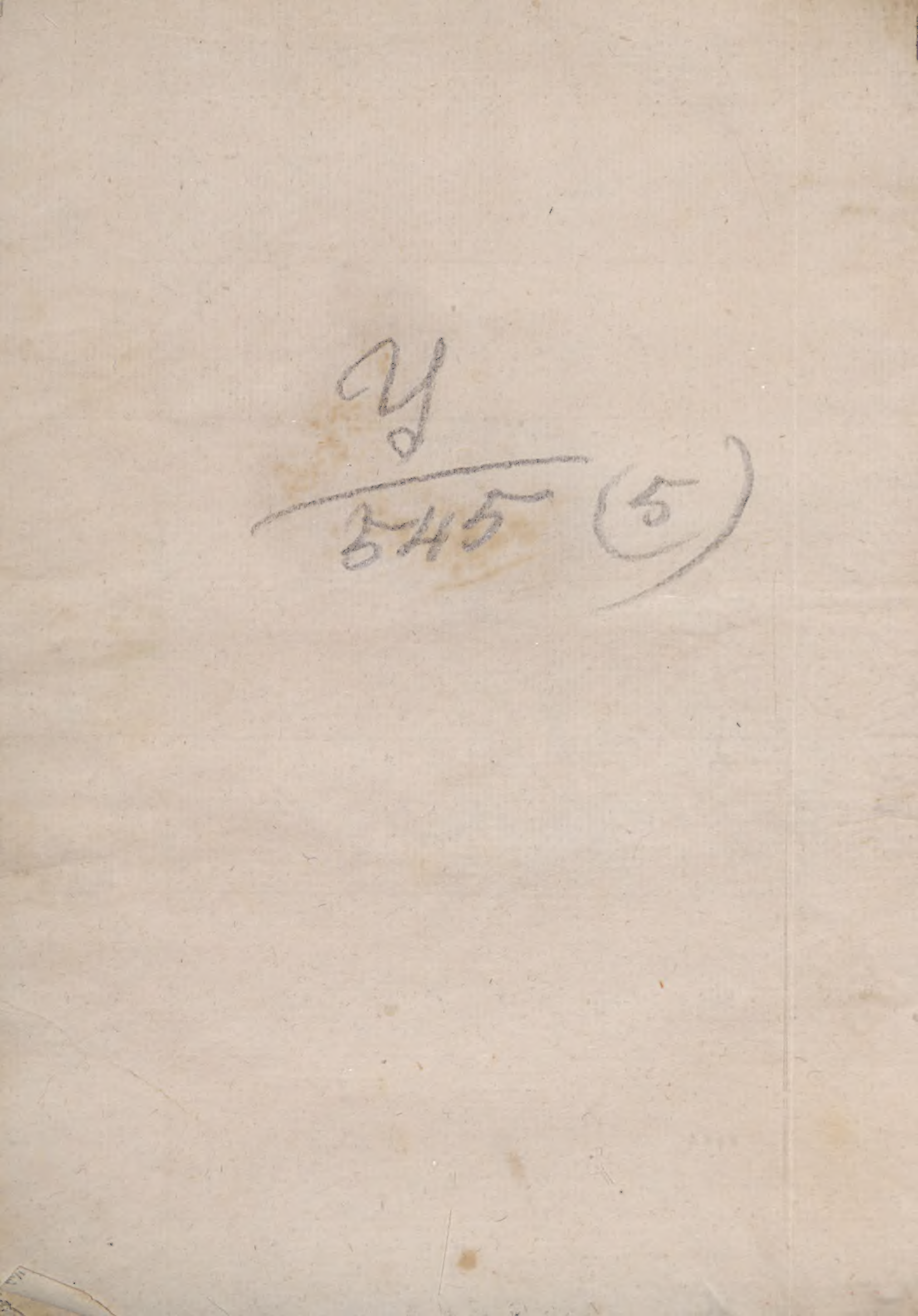
DE LA

CIUDAD DE CÁDIZ

Con [illegible]

[illegible]

por D. José [illegible]
[illegible]


У
545
5

TRATADO

DE ARITMÉTICA

PARA EL USO

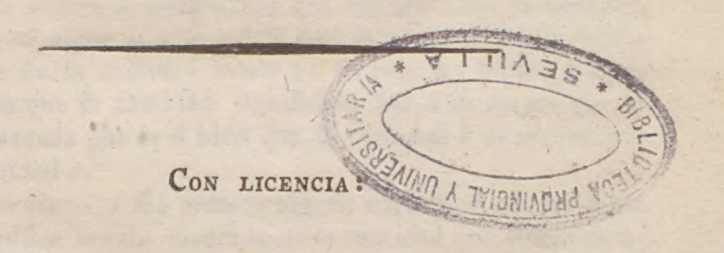
DE LOS ALUMNOS DE LA ACADEMIA

DE

LAS NOBLES ARTES

DE LA

CIUDAD DE CÁDIZ.



CON LICENCIA:

REIMPRESO EN LA MISMA CIUDAD AÑO DE 1817

por D. José María Guerrero, calle la Verónica esquina á la del Beaterio.

EXPLICACION DE LOS SIGNOS QUE SE USAN PARA ABREBIAR Y FACILITAR LAS OPERACIONES.

Este signo $=$ puesto entre dos cantidades denota que la una es igual á la otra: i así la expresion $a = b$ indica que la cantidad representada por a es igual á la representada por b.

Este signo $+$ puesto entre dos cantidades expresa la suma de ellas: i así $a + b$ quiere decir que la cantidad representada por a se ha de sumar con la cantidad representada por b: i así, se llama *signo de mas*, *positivo ó afirmativo.*

Este signo — puesto entre dos cantidades indica que la de la derecha se ha de restar de la de la izquierda: i así a ménos b se escribe así $a - b$; por lo que se llama *signo de ménos ó negativo.*

Este signo x puesto entre dos cantidades denota que la una se ha de multiplicar por la otra: i así $a \times b$ expresa que la cantidad representada por a se ha de multiplicar por la cantidad significada por b.

La particion ó division indicada se escribe así $\frac{a}{b}$, ó $a : b$, que quiere decir que la cantidad representada por a se ha de partir por la representada por b.

Para marcar la desigualdad que hai entre dos cantidades, sirve este signo $>$; de suerte que la punta se ha de hallar al lado de la cantidad menor; i así $a > b$, ó bien $b < a$, expresa que la cantidad significada por a es mayor que la representada por b, ó bien que la cantidad b es menor que la cantidad a.

Este signo $\sqrt{}$ sin número alguno encima, ó con un 2 así $\sqrt[2]{}$ significa la raiz cuadrada de la cantidad que comprehende debajo: i así $\sqrt{4} = \sqrt[2]{4} = 2$ como se verá despues: si tuviere un 3 encima como $\sqrt[3]{}$ expresa la raiz cúbica &c. dicho signo se llama *radical*, i las cifras 2 i 3 que encima de él se ponen se dicen *exponentes* de la potestad cuya raiz expresan.

PRINCIPIOS DE ARITMÉTICA.

LLámase en general *cantidad* todo lo que es capaz de aumento ó diminucion. La cantidad es el objeto de la Matemática; pero como esta considera la cantidad expresada de varios modos, de aquí provienen los muchos ramos que abraza esta ciencia. El ramo que considera la cantidad expresada por números se llama Aritmética.

1. Es, pues, la *Aritmética* la ciencia de los números; considerada su naturaleza i sus propiedades, i suministra medios fáciles, así para representarlos, como para componerlos ó resolverlos, que es lo que llamamos *calcular*.

No es posible hacerse cargo de lo que son números sin conocer ántes lo que es *unidad*.

Es la *unidad* una cantidad que se toma (las mas veces á arbitrio) para que sirva de término de comparacion à otras de su misma especie; así, cuando decimos que un cuerpo pesa *cinco* libras, la libra es la unidad.

Número es el que expresa de cuantas unidades, ó partes de la unidad, se compone una cantidad; por lo que se divide en número *entero*, *fraccionario*, i *quebrado*.

Número entero es el que consta de unidades enteras, como cuatro, siete &c.

Número fraccionario es el que se compone de unidades enteras i partes de la unidad, como cuatro i medio &c.

Fraccion ó quebrado es el que solo representa partes de la unidad, como tres quintos, cuatro séptimos &c.

Llamamos *número abstracto* todo aquel en que no está determinado de que especie son las unidades, como tres, cuatro &c.

Número concreto es aquel en que se expresa de que especie son las unidades, como cuatro hombres, seis arrobas &c.

De

De la Numeracion.

2. Los números ó cifras que se usan en la Aritmética son
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.
uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, cero.

Con los cuales, haciendo distintas combinaciones i operaciones, se ha llegado á conseguir la mas útil inteligencia para el régimen i gobierno de la vida humana.

Preliminar.

3. Cada cifra de las sobredichas tomada solamente, no tiene mas valor que el expresado; pero si se hace combinacion con alguna de ellas, como por egemplo 5, 3, la primera de la derecha conserva su valor de *tres unidades*; i la que sigue asciende á *decenas ó dieces*; i así la cifra 5 que solo valía *cinco unidades simples*, combinada vale *cinco decenas ó dieces*, ó bien *cincuenta unidades simples*, que juntas con las tres, es el valor de las dos cifras 5 i 3 combinadas, cincuenta i tres unidades simples.

4. Asimismo, si á las dos cifras expresadas se les pospone otra, como el 7: esto es 5, 3, 7, la cifra añadida 7, solo queda con su valor de *siete unidades simples*, i el 3 que sigue varió su valor de tres unidades simples, i se elevó á *tres decenas ó dieces*, ó á *treinta unidades simples*, las que juntas con las *siete* hacen *treinta i siete*: i la cifra cinco que en la primera observacion habia subido á *cincuenta unidades simples*, en virtud de ésta asciende á *cinco centenas ó cientos*, ó *quinientas unidades simples*, las cuales juntas con las treinta i siete anteriores, componen *quinientas treinta i siete unidades simples*, que es el valor de las tres cifras combinadas así 537, á cuya combinacion se le da el nombre de *guarismo*.

5. Infiérese de lo dicho, que en todo guarismo la primera cifra de la derecha conserva su valor; pero las que le si-

siguen, asciendeu á dieces, cientos, miles, diez miles &c. segun el lugar que vayan ocupando: i así para la inteligencia, i saber leer un guarismo, se ha de considerar que las cifras en toda su extension no ocupan mas que tres lugares, el primero principiando por la derecha es de *unidades simples*, el segundo de *decenas*, i el tercero de *centenas*: despues vuelven á repetirse las unidades, decenas, i centenas; pero estas son ya de *mil*: los tres lugares que siguen son de *cuento*: i los tres que siguen son de *millar de cuento*: así succesivamente segun fuere la extension del guarismo.

6. Á cada seis cifras del guarismo, principiando por la derecha, se le da el nombre de *dignidad completa*: i si pasan de seis i no llegan á doce; componen dos dignidades: la primera de la derecha es completa, i la segunda incompleta. La primera cifra de la derecha en la primera dignidad es de *unidades simples*, en la segunda de *cuentos*, en la tercera de *bicuentos*, en la cuarta de *tricuentos* &c.

7. Adviértase que la cifra o, no tiene por sí valor alguno; pero puesta á la derecha de cualquiera otra cifra, le aumenta su valor, porque hace variar el lugar, i aumenta la dignidad: i así, esto entendido, siempre que se proponga un guarismo, se dividirá de tres en tres cifras, principiando por la derecha, con lo que quedarán conocidos los lugares i dignidades, i haciendo despues atencion á la figura de cada cifra, se leerá con prontitud cualquier guarismo como el siguiente.

A B C D E F G H J K L M N O P Q R S T V X Z.
2.4 9 5. 3 7 8. 0 9 2. 3 4 8. 6 0 1. 5 0 2. 7 3 4.
3 2 1

8. Dividido é indicado el guarismo como se ha prevenido, i se ve en el egemplo, se conoce distintamente el valor de cada cifra, segun el lugar i dignidad en que se halla; pues las tres cifras VXZ, valen setecientas treinta i cuatro unidades simples: las RST, quinientas i dos mil:

las

las OPQ, seiscientos i un cuento: las LMN, trescientos cuarenta i ocho mil cuentos: las HJK, noventa i dos bicuentos: las EFG, trescientos setenta i ocho mil bicuentos: las BCD, cuatrocientos noventa i cinco tricuentos: i la A vale dos mil tricuentos: luego con esta claridad es fácil leer todo el guarismo, cuyo valor es 2 mil, 495 tricuentos, 378 mil 092 bicuentos, 348 mil 601 cuento, 502 mil 734 unidades simples.

9. Del mismo modo se leerá cualquier otro guarismo; haciendo la misma reflexion i anotacion que se ha prevenido en el propuesto, con cuya inteligencia se comprehenderán las operaciones siguientes.

CAPÍTULO I.°

DE LAS CUATRO REGLAS DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

ARTÍCULO I.°

Del Sumar.

10. *Sumar es juntar muchas cifras, ó guarismos de una misma especie, en uno que sea igual á todos los propuestos.*

11. Las cantidades, que se han de sumar, se colocan las unas bajo las otras, de suerte que las unidades correspondan bajo las unidades, las decenas bajo las decenas; &c. Colocados de esta suerte los guarismos, se conseguirá la suma, principiando por las unidades, juntándolas todas, i si la suma no llegare á diez, se pondrá la cifra que exprese el número de ellas, bajo de todas en su correspondiente coluna; i si compusiere diez, veinte, treinta &c. unidades justas, se pondrá un cero en su lugar, i el número de

de dieces que compusiere se juntará con las decenas; pero si excediere algunas unidades de diez, veinte, treinta &c. se pondrá el exceso en su lugar, i el número que señale los dieces, se junta con los de su especie, i haciendo lo mismo con las decenas i centenas &c. se conseguirá un guarismo que será igual á todos los propuestos: esto se manifiesta con el siguiente egemplo.

12. Pídese sumar el guarismo A=4576, con B=8937, con C=542, con D=97.

13. Dispuestos los guarismos como se ha prevenido i se ve en el egemplo, se principia por las unidades diciendo, 6 i 7 son 13 i 2 son 15, i 7 son 22: esto es dos decenas i 2 unidades: pónganse las dos unidades bajo la línea de su coluna E, i las dos decenas se llevan para juntarlas con las de su coluna F, diciendo 2 i 7 son 9, i 3 son 12, i 4 son 16, i 9 son 25: i porque 25 decenas componen 2 centenas i cinco decenas, se ponen estas bajo de su coluna F, i las dos centenas se llevan para juntarlas con las de su coluna G, diciendo 2 i 5 son 7, i 9 son 16, i 5 son 21 centenas que son dos millares i una centena: se pone la una centena en su respectivo lugar, i los 2 millares se llevan para juntarlos con los de la coluna H, diciendo 2 i 4 son 6, i 8 son 14 millares, que componen una decena de millar i cuatro millares: se ponen los 4 millares en su lugar correspondiente, i la una decena de millar se pone á continuacion por no haber otra de su especie con quien juntarla, con lo que resulta el guarismo S que es la suma de los guarismos A+B+C+D propuestos.

DISPOSICION.

	H	G	F	E
	4	5	7	6.
	8	9	3	7.
		5	4	2.
			9	7.
Suma S=1	4	1	5	2=A+B+C+D.

AR-

ARTÍCULO II.º



Del Restar.

Restar es manifestar la diferencia que hai entre dos santidades de una misma especie, i esto se consigue quitando la menor de la mayor.

15. La cantidad mayor se llama *restando* : la menor *restador* ; i la diferencia *residuo.* Para egecutar la operacion se pone primero el restando, i debajo el restador, como si se hubieran de sumar. Puestos en esta disposicion, se principiará por las unidades, sacando el exceso que tiene cada cifra del restando á su correspondiente del restador, con lo que resultará un guarismo de excesos, que será el residuo que se busca. Esta operacion es tan clara, siempre que sean las cifras del restador menores que las correspondientes del restando, que no necesita de egemplo para su inteligencia.

16. Toda la dificultad de esta operacion consiste en saber como se ha de restar, cuando una cifra del restador es mayor que la de su correspondiente del restando ; en cuyo caso se sacará una unidad de la cifra inmediata del restando, que vale 10 de las que se quiere restar, i juntándolas á ella, resultará de mas valor que la del restador, con lo que se podrá restar ; pero quedará la cifra á quien se sacó la unidad con ella ménos en su valor : todo se hará manifiesto en los egemplos siguientes.

Egemplo I.º

Se ha de restar del guarismo A=164756 el guarismo B=98945.

Dis-

Dispuestos los guarismos como se ha prevenido, i se ve en el egemplo, se principia por las unidades diciendo: el exceso de 6 á 5 es 1, que se pondrá bajo de la línea en su coluna C; el exceso de 5 á 4 es 1, que se pondrá en su coluna D; pero al continuar se ve que la cifra 9 no se puede restar de 7; i así se sacará de la cifra 4 de la coluna F una unidad que vale 10 de las unidades de la E, con lo que la cifra 4 queda reducida á 3, i la cifra 7 valdrá 17: hecho esto, ó considerado, sáquese el exceso de 17 á 9, el cual es 8, que se pondrá en su coluna E: continúese diciendo, respecto que el 4 de la coluna F quedó en 3, i no se puede restar de él la cifra 8 del restador, se sacará de las 6 decenas de millar de la coluna G una decena de millar, que vale 10 millares, los cuales juntos con los 3 que quedan en F, componen 13, i de ellos restando el 8 quedan 5, que se pondrán en su coluna F, i la cifra 6 de la coluna G quedará con el valor de 5 decenas de millar, de las cuales no se pueden restar las 9 del restador, á ménos de no reducir la una centena de millar que hai en H á 10 decenas de millar, que es su valor, i juntarlas con las 5 que quedaron en la coluna G; lo cual hecho componen 15 decenas de millar, de las cuales restando las 9 del restador, es el residuo 6, que se pondrá en su coluna G: con lo que el guarismo R formado de los excesos de cada cifra del restando á su correspondiente del restador, es el residuo que se busca.

DISPOSICION.

	H G F E D C.
A=	1 6 4 7 5 6.
B=	. 9 8 9 4 5.
Residuo R=	. 6 5 8 1 1. = A—B.

Egemplo II.°

Se ha de restar del guarismo A=700500 el guarismo B=487536.

Res-

DISPOSICION.

HGFEDC.
A=7 0 0 5 0 0.
B=4 8 7 5 3 6.

Residuo R=2 1 2 9 6 4.=A—B.

Respecto de que la cifra C del restando A no tiene por sí valor alguno, i ser preciso restarle el correspondiente 6 del restador B, es necesario valerse de la cifra mas inmediata donde se encuentre valor para comunicárselo, i en este egemplo es en la coluna E, de donde sacando una centena de las 5, quedarán estas en 4, i como la que se sacó vale 10 decenas, se dejarán 9 en la coluna D en lugar del cero, i la que sobra vale 10 unidades que se considerarán en C: hecho esto, ó considerado, se dirá: el exceso de 10 á 6 es 4, que se pondrá bajo la línea de su coluna C: el exceso de 9 á 3 es 6, que se pondrá en su coluna D: i continuando se ve que las 5 centenas del restador no se pueden restar de las 4 que quedaron en el restando; i no teniendo las dos cifras que siguen valor para comunicárselo, es forzoso valerse de la cifra H; de la cual sacando una unidad, quedará reducida á 6: i como la que se sacó vale diez de las de la coluna G, se dejarán 9 en ella, i de la restante que vale 10 de las de la coluna F se dejarán 9 en esta; i valiendo la que queda 10 de las de la coluna E, se juntarán con las 4 que hai en esta, con lo que compondrán 14, i restando 5 de 14 quedan 9, que se pondrán en su coluna E: i continuando la operacion se dirá: el exceso de 9 á 7 es 2, que se pondrá en su coluna F; el exceso de 9 á 8 es 1, que se pondrá en su coluna G; i finalmente, sacando el exceso de 6 á 4 es 2, que se pondrá en su correspondiente lugar, con lo que el guarismo R=212964, formado de los excesos de las cifras del restando á sus correspondientes del restador, es el residuo que se desea, de A—B.

ARTÍCULO III?

Del Multiplicar.

17. *Multiplicar es buscar una cifra ó guarismo, que contenga tantas veces á la cantidad que se multiplica, como unidades contiene la cantidad por quien se multiplica.*

18. La cantidad que se multiplica se llama *Multiplicando*: aquella por quien se multiplica se dice *Multiplicador*; i la que sale de la multiplicacion *Producto.*

19. Para multiplicar con desembarazo, es preciso saber de memoria la siguiente tabla; pues ella enseña á multiplicar una cifra por sí misma, i por todas las demas, cuya inteligencia es la siguiente:

TABLA PITAGÓRICA.

20. Si se quisiere saber el producto de 6 x 9, ó de 9 x 6, que es lo mismo, búsquese la casilla en donde concurren las dos colunas de los números propuestos, i se hallará que es 54: asimismo, si se quiere el producto de 7 x 4 búsquese la casilla que está en el concurso de las dos colunas de los números propuestos, i se hallará que es 28: i así de las demas.

1	2								
2	4	3							
3	6	9	4						
4	8	12	16	5					
5	10	15	20	25	6				
6	12	18	24	30	36	7			
7	14	21	28	35	42	49	8		
8	16	24	32	40	48	56	64	9	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	10
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Pa-

21. Para multiplicar se pondrá primero el multiplicando, i debajo el multiplicador, como si se hubieran de sumar, i las cifras que vayan resultando de la multiplicacion, se irán colocando en su correspondiente lugar: esto se hará manifiesto en los egemplos siguientes.

Egemplo I.º

Se ha de multiplicar el guarismo A=57384, por la cifra B=6.

DISPOSICION.

A=57384 *Multiplicando.*
B=....6 *Multiplicador.*

P=344304=AxB. . *Producto.*

Princípiese la operacion por las unidades diciendo: 6 veces 4 son 24: esto es 2 decenas i 4 unidades; pónganse las 4 unidades bajo de su coluna, i se llevarán las 2 decenas para juntarlas con las decenas: prosígase: 6 veces 8 son 48 i dos que llevaba son 50; pero 50 decenas son 5 centenas justas, luego se pondrá cero en lugar de las decenas, i se llevarán las 5 centenas para juntarlas con las de su especie, diciendo: 6 veces 3 son 18, i 5 que llevo son 23; pero 23 centenas componen 2 millares i 3 centenas; luego se pondrán las 3 centenas en su lugar correspondiente, i los 2 millares se juntarán con los millares, diciendo: 6 veces 7 son 42 i 2 que llevo son 44: esto es, 4 decenas de millar i 4 millares: pónganse los 4 millares bajo de su coluna, i las 4 decenas de millar se juntarán con las de su especie diciendo: 6 veces 5 son 30, i 4 que llevo son 34, esto es 3 centenas de millar i 4 decenas: pónganse las 4 decenas de millar bajo de su coluna, i á continuacion las 3 centenas de millar, por no haber mas cifras en el multipli-

plicando, i ser este el lugar que le corresponde: i así el guarismo P, resultante de esta operacion, es el verdadero producto de AxB.

Egemplo II.º

Se ha de multiplicar el guarismo A=57384 por B=46.

DISPOSICION.

A=	57384	*Multiplicando.*
B=	...46	*Multiplicador.*
P=	344304	*Productos parciales.*
Q=	229536	
S=	2639664	*Producto total* de A x B.

Multiplicado todo el multiplicando A=57384 por las 6 unidades del multiplicador B=46 (segun se ve en el egemplo primero) resulta el producto P=344304. Para multiplicar todo el multiplicando por las 4 decenas del multiplicador, se dirá: 4 decenas por 4 unidades producen 16 decenas, que componen 1 centena i 6 decenas, las que se pondrán en su correspondiente coluna, como se ve en el egemplo, i la centena se llevará para juntarla con la de su especie, diciendo: 4 decenas por 8 decenas producen 32 centenas i una que llevaba son 33: esto es, 3 millares i 3 centenas: pónganse estas en su correspondiente lugar, i los 3 millares se reservarán para juntarlos con los de su especie: i continuando del mismo modo que se ha practicado en el primer egemplo, resulta el producto Q: i sumando estos dos productos parciales, será la suma S el producto que se desea.

22 .Semejantemente se operará, si el multiplicador tuviese mas de dos cifras, considerando que así como decenas por unidades dan decenas, tambien centenas por unidades dan centenas; i así succesivamente, por lo que estas deben colocarse bajo las de su especie, i en todo lo demas se observará lo egecutado en los egemplos antecedentes.

AR-

ARTÍCULO IV.º

Del Partir.

23. *Partir es buscar una cifra ó guarismo, que contenga tantas unidades, como veces contiene la cantidad que se parte á la cantidad por quien se parte.*

24. La cantidad que se parte se llama *Dividendo*: aquella por quien se parte *Divisor*; i la que sale de la particion *Cociente.*

25. Para la operacion se pondrá primero el dividendo, i en seguida un poco apartado el divisor, separados con una línea, i debajo de esta se irá poniendo el cociente: i, principiando por la izquierda del dividendo, se separarán de él tantas cifras como tuviere el divisor, atendiendo á que si estas no son iguales ó mayores que las del divisor, no se podrán partir, i en este caso será preciso tomar una cifra mas: hecho esto, se verá cuantas veces el divisor se incluye en las cifras separadas del dividendo, i el número de veces que se incluya, se pondrá bajo del divisor; i multiplicando dicho número por el divisor, se restará el producto de las cifras separadas del dividendo: si fuere igual á ellas, quedará por residuo cero; i si fuere menor, se añadirá al residuo que resulte la cifra que sigue del dividendo para continuar la operacion. Esto se entenderá mejor con los egemplos siguientes:

Egemplo I.º

Se ha de partir el guarismo A=1424 por la cifra B=4.

Se-

DISPOSICION.

Dividendo	A=1424	4=B	*Divisor.*
	X. .12		
		356=Q	*Cociente.*
	Z. .022		
	V. . 20		
	T. . 024		
	R. . 24		
	00		

Separada en el dividendo una cifra por haber otra en el divisor, se ve que no se puede partir; i por tanto es preciso tomar dos; pero estas (no considerando el lugar que ocupan) son lo mismo que 14, en donde se ve que el divisor 4 está contenido en el dividendo 3 veces, i por consiguiente se debe poner 3 en el cociente Q: hecho esto, multiplíquese el 3 por el 4, i el producto 12 réstese de 14, i al residuo 2 añádase la cifra 2 que sigue del dividendo, para continuar la operacion, diciendo: respecto que 22 contiene al divisor B 5 veces, se pondrá 5 en el cociente Q, i multiplicando 5 por 4, el producto V=20 se restará de Z=22, i al residuo T=2 se añadirá la cifra 4 que sigue en el dividendo, con lo que se dirá: respecto que 24 contiene al divisor B 6 veces, se pondrá 6 en el cociente Q, i multiplicando 6 por 4, el producto R=24 se restará de T=24, i no queda residuo alguno; con lo que está concluida la operacion por no haber mas cifras que bajar del dividendo, manifestándose que el dividendo A=1424 contiene al divisor B=4 trescientas cincuenta i seis veces justas.

Egemplo II.º

Se ha de partir el guarismo A=19224 por B=54.

DISPOSICION.

Dividendo A=19224	54=B *Divisor.*
C. .162	356=Q *Cociente.*
D. .0302	
E. . .270	
F. . .0324	
G. . . 324	
000	

Respecto que las dos primeras cifras del dividendo son menores que las dos que tiene el divisor se deberán tomar tres para principiar la operacion: i así véase cuantas veces contiene 192 á 54, lo que se conocerá haciendo el tantéo con las dos primeras cifras de la izquierda del dividendo i primera del divisor: esto es con 19 i 5 pues claramente se vé que 19 contiene al 5 tres veces, por lo que se pondrá 3 en el cociente Q, i multiplicando 3 por 54 se restará el producto C=162 de 192, i al residuo 30 se añadirá la cifra 2 que sigue en el dividendo, como se vé en D: continúese diciendo, aunque 30 contiene á 5 seis veces, no se puede poner en el cociente mas que 5, porque multiplicando 5 por 54 da el producto E=270, que restado de D=302, el residuo 32 es menor que el divisor 54, i si se hubiera puesto 6 en el cociente, el producto de 6 por 54 no se hubiera podido restar de D=302, i por consiguiente en esto se debe poner gran cuidado. Añádase á dicho residuo la cifra que sigue del dividendo como se vé en F, i observando del mismo modo que F=324 contiene á 54 seis veces se pondrá 6 en el cociente, i restando de F=324 el producto G=324, que lo es de 6 x 54=B, quedará por residuo final cero, con lo que se conocerá que el dividendo A= 19224 contiene al divisor B, trescientas cincuenta i seis veces, por ser estas las unidades que contiene el cociente Q=356.

26. Si concluida la particion quedase algun residuo menor que el divisor (porque mayor no puede ser) se debe añadir al cociente, poniéndolo sobre una línea, i debajo el divisor. Para la inteligencia basta la figuracion de este egemplo.

Dividendo	789	53
	53	$14\frac{47}{53}$
	259	
	212	
	47	

ARTÍCULO V.º

DE LA PRUEBA Ó EXÁMEN DE LAS CUATRO REGLAS PRECEDENTES.

27. *Probar una operacion es hacer otra por la cual se conozca que es exacto el resultado de la primera.*

28. Para conocer si la suma de muchos guarismos está bien hecha, se volverán á sumar dichos guarismos, omitiendo alguno, ó algunos; i esta segunda suma se restará de la primera; i si el residuo que resulte fuere igual á la cantidad omitida, ó á la suma de las cantidades omitidas, estará bien hecha la primera suma: basta para la inteligencia la figuracion de los siguientes egemplos.

Egemplos.

80
74
96
10
260... *total.*
180... *suma de las tres.*
80... *residuo igual á la cantidad omitida.*

15, 64 ...79.
28, 36 ...64.
143... *total.*
64... *suma de las dos últimas.*
079... *residuo igual á la suma de las dos primeras.*

Para

29. Para conocer si el residuo de dos cantidades es el verdadero, se sumará este con el restador, i si saliere la suma igual al restando, la operacion estará bien hecha, basta la figuracion de este egemplo para su inteligencia.

8457...*restando.*
5738...*restador.*
———
2719...*residuo.*
———
8457...*la suma igual al restando.*

30. Para conocer si el producto de dos cantidades es el verdadero, se partirá este por el multiplicador, i si el cociente que resulte fuere igual al multiplicando, estará la operacion bien hecha: esto se hará manifiesto en el egemplo siguiente.

Egemplos.

Multiplicando...356.
Multiplicador ... 24.
———
1424.
712.
———
Producto.........8544. | 24 *Divisor el multiplicador.*
72.
———   356 *Cociente el multiplicando.*
134.
120.
———
0144.
144.
———
000.

31. Para conocer si el cociente de dos cantidades es el verdadero, se multiplicará por el divisor; i si el produc-

to



to resultare igual al dividendo, estará la operacion bien hecha, como se vé en este egemplo.

Dividendo...8544. | 24...*Divisor.*

356..*Cociente.*

144.
120.
72.

8544...*Producto igual al dividendo.*

Dividendo...789. | 53...*Divisor.*
53.
14+$\frac{47}{53}$ *Cociente.*
259.
212. 212.
53.
47. 47. *Residuo.*

789. { *Producto igual al dividendo.*

32. Si en la particion hubiere sobrado algo, como en el egemplo presente, se debe añadir al producto para que el dividendo salga justo.

CAPÍTULO II.°

DE LOS QUEBRADOS Ó FRACCIONES.

DIFINICIONES.

33. Cualquiera cantidad mayor comparada con otra menor de su misma especie se llama *tòdo*, como 8 respecto de 2 es todo, i 2 respecto de 8 es *parte*; pero segun la doctrina que se ha de dar en este capítulo, se llama todo, aquella cantidad que, representando la uni-

unidad, puede ser dividida en partes iguales; como un quintal, una vara, un doblon &c. pues en esta significacion es una unidad; pero cada una de ellas se puede dividir en distintas partes iguales: por egemplo, el doblon de 8 en 16 partes iguales, que cada una es un peso fuerte, ó en 320 partes iguales que cada una es un real, i finalmente en aquel número de partes iguales, que convenga para la exactitud de las operaciones.

34. La parte se divide en *alicuota i alicuanta*: parte alicuota es aquella que repetida algunas veces compone el todo, como el 2 es parte alicuota de 8, pues repetido cuatro veces compone el 8: parte alicuanta es aquella que repetida algunas veces no compone jamas el todo: como el 3 respecto de 8 es parte alicuanta, pues repetido dos veces compone 6 que es ménos, i repetido tres hace 9 que es mas.

35. Llámanse *quebrados ó fracciones* aquellas expresiones numéricas que se forman con el todo i su parte, poniendo debajo de una línea el número que indica las partes iguales en que está dividido el todo ó la unidad; i encima el número que señala las que de ellas se toman: por egemplo, teniendo un quintal cuatro arrobas, que es lo mismo que estar dividido en 4 partes iguales, si se toma una de ellas, es tomar su cuarta parte, i esta expresion se escribe aritméticamente así $\frac{1}{4}$: asimismo, teniendo un quintal 100 libras, que es lo mismo que estar dividido en 100 partes iguales, si se toma una arroba, es lo mismo que tomar 25 partes de las 100 en que está dividido el quintal, i esta expresion se escribe así $\frac{25}{100}$, i es igual á la primera, porque ambas son la cuarta parte del quintal. Finalmente, teniendo cada libra 16 onzas, tendrá el quintal $100 \times 16 = 1600$ onzas, ó partes iguales: luego segun esto la arroba tendrá $25 \times 16 = 400$ onzas, ó partes iguales, i será $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \frac{400}{1600}$, porque todos son iguales á la cuarta parte del quintal, esto es á una arroba.

26. El número que está debajo de la línea en todos los quebrados se llama *denominador*, porque denomina ó señala las partes en qué está dividido el todo, ó la unidad:

 i el

i el que está sobre la línea se dice *numerador*, porque numera las partes qne se toman de las iguales en que está dividido el todo.

37. Los quebrados cuyos denominadores son 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, se llaman medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos, novenos i décimos; i serán tantos cuantos expresare la cifra que fuere numerador: por egemplo, si el quebrado tuviere por numerador 5 i por denominador 7, de este modo $\frac{5}{7}$, se nombrará *cinco séptimos*, i así de los demas. Los quebrados cuyos denominadores pasan de 10, hasta el infinito, se nombran con sus propios números, principiando por el numerador, añadiendo á los denominadores esta partícula *avos*, que sirve para terminar el acento; i así el quebrado $\frac{15}{45}$ se pronuncia *quince, cuarenta i cinco avos*, i $\frac{7}{23}$ se pronuncia *siete, veinte i tres avos*, i así los demas.

1. De lo dicho se infiere que expresando el numerador de todo quebrado las partes que se toman de las iguales en que está dividido el todo, ó la unidad, este representa el valor de dicho quebrado.

2. Cuanto mayor sea el numerador respecto de su denominador tanto mayor será el quebrado, i al contrario.

3. En llegando el numerador á ser igual al denominador, el quebrado es igual á la unidad, ó al todo; i si excede será mayor que el todo: á dichos quebrados se les da el nombre de *impropios*.

4. Los quebrados impropios se reducen á enteros partiendo el numerador por el denominador; i así, si se quiere reducir á enteros el quebrado impropio $\frac{59}{8}$ se partirá 59 por 8, i el cociente 7 serán los enteros, i los 3 que sobran son 3 partes de las 8 en que está dividido el todo: de suerte que $\frac{59}{8}=7+\frac{3}{8}$ de otro entero.

5. Por el contrario, los enteros se reducen á quebrados, cuyo denominador sea dado, multiplicando los enteros por el denominador dado, i el producto que resulte será el numerador del quebrado: i así, si se quieren reducir 8 enteros á la especie de sextos, se multiplicará 8 por

6, i al producto 48 se le pondrá por denominador el 6, con lo que resultará el quebrado impropio $\frac{48}{6} = 8$ enteros. Tambien se reducen los enteros á quebrados poniéndoles por denominador la unidad: 8 enteros se expresarán así $\frac{8}{1}$.

6. Si permaneciendo el numerador de un quebrado, se multiplica su denominador por cualquier número, se disminuirá tanto el quebrado, como unidades contiene el número por quien se multiplicó: por egemplo, si en el quebrado $\frac{2}{3}$, permaneciendo el numerador 2, su denominador 3 se multiplica por 4, resultará el quebrado $\frac{2}{12}$, que es 4 veces menor que $\frac{2}{3}$, lo que es manifiesto.

7. De aquí se infiere el modo de dividir un quebrado en las partes iguales que se quiera; pues multiplicando el denominador por el número que exprese las partes en que se quiere dividir, i poniendo al producto el mismo numerador que tenía, el nuevo quebrado que resulte será igual á una de las partes de la division.

8. Al contrario: si permaneciendo el denominador de un quebrado se multiplica su numerador por cualquier número, el nuevo quebrado que resulta es tanto mayor que el propuesto, cuanto el número que multiplica es mayor que la unidad.

9. De lo dicho se infiere, que si el numerador i denominador de un quebrado se multiplican ó parten por una misma cantidad, el nuevo quebrado que resulta, conserva el mismo valor que el primero.

10. Finalmente: serán iguales todos los quebrados, cuyos numeradores se incluyan, ó incluyan igual número de veces en sus denominadores, ó á sus denominadores.

ARTÍCULO I.º

DE LA REDUCION DE LOS QUEBRADOS

COMPUESTOS Á SIMPLES.

38. *Quebrados compuestos, ó quebrados de quebrados*

son

son aquellos que son parte de otros quebrados simples: ó bien aquellos, cuyos denominadores no representan el todo ó la unidad, sino alguna ó algunas partes suyas: como por egemplo: el quebrado $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ quiere decir los *dos tercios de cuatro séptimos*: esto es, que el denominador 3 del quebrado $\frac{2}{3}$ no representa al todo ó unidad, sino á los $\frac{4}{7}$ del todo ó unidad divididos en 3 partes iguales: y así esta especie de quebrados es necesario reducirlos á simples para operar con ellos, donde se encontraren.

39. Para reducir los quebrados compuestos á simples, multiplíquense los numeradores entre sí, i el producto será el numerador del quebrado simple, i multiplicando los denominadores será el producto el denominador: por egemplo, se ha de reducir el quebrado compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ á simple.

Multiplíquense los numeradores 2 por 4, i el producto 8 es el numerador del quebrado simple: multiplíquense los denominadores 3 por 7, i el producto 21 es el denominador, con lo que quedará el quebrado compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ reducido á simple $\frac{8}{21}$.

$$\frac{2}{3} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{8}{21}$$

40. La razon es porque el denominador 3 del quebrado $\frac{2}{3}$ representa los $\frac{4}{7}$ de la unidad divididos en 3 partes iguales: luego dividiéndolos será $\frac{4}{21}$ la tercera parte de $\frac{4}{7}$ (§ 37, art. 7); pero el numerador 2 del quebrado $\frac{2}{3}$ expresa que se ha de tomar 2 veces la tercera parte de $\frac{4}{7}$: luego $\frac{4}{21} \times 2 = \frac{8}{21}$ serán $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{7}$ (§ 37, art. 8); pero lo mismo resulta multiplicando numerador por numerador, i denominador por denominador: luego dicha operacion está buena. La misma se hará, aunque los quebrados propuestos sean mas compuestos.

ARTÍCULO II.º

DEL VALOR DE LOS QUEBRADOS,

41. Hallar el valor de un quebrado, es buscar cuanto vale en aquella especie á que está contraido. Para

al intento se multiplica el numerador del quebrado por la cantidad, el producto se parte por el denominador, i el cociente será el valor del quebrado: i así, si se quieren los $\frac{2}{3}$ de un peso, se multiplicará el numerador 2 por la cantidad 15 (supuesto que el peso sea de 15 reales), el producto 30 se partirá por el denominador 3, i el cociente 10 será el valor del quebrado: esto es, que los $\frac{2}{3}$ de 15 reales son 10 reales.

42. La razon es porque pedir los $\frac{2}{3}$ de 15 no es otra cosa que reducir el quebrado compuesto $\frac{2}{3}$ de $\frac{15}{1}$ á simple; pero esto (§ 39) se egecuta multiplicando numerador por numerador, i denominador por denominador; siendo el denominador de 15 la unidad, este con su multiplicacion no aumenta el denominador 3, i por consiguiente el quebrado simple que resulta es el impropio $\frac{30}{3}$ que reducido á enteros (§ 37, nº 4) son 10 enteros; pero esto mismo resulta por la operacion, luego es buena.

43. Si haciendo la operacion sobredicha sobrare algo en la particion, será parte de una de las unidades del cociente: por egemplo, si se quieren los $\frac{3}{5}$ de 24 reales, se multiplicará 24 por 3, el producto 72 se partirá por 5, i el cociente 14 reales i $\frac{2}{5}$ de otro real, es el valor del quebrado.

ARTÍCULO IIIº

DE LA MAYOR MEDIDA COMUN

DE LOS NÚMEROS.

44. *Medida comun* de dos ó mas números es aquella que es parte alicuota de todos ellos: i así la medida comun de los números 18 i 24 es el 2, 3 i 6, pues cualquiera de ellos es divisor justo de 18 i 24; i aunque el 18 i 24 tienen otras partes alicuotas, no son comunes á entrambos: entendido pues esto, lo que en el

egemplo se pide es hallar entre las partes alicuotas comunes á los números propuestos, la mayor de ellas: esto es, si los números propuestos son 18 i 24, cuyas partes alicuotas comunes (como se ha dicho) son el 2, el 3 i el 6, se pide hallar la mayor 6; i esto se consigue haciendo la operacion siguiente.

45. Se pide hallar la mayor medida comun de dos números: se partirá el número mayor por el menor; i se sobrare algo, se partirá el número menor por lo que sobró; i si en esta segunda particion sobrare algo, se partirá el residuo primero por el segundo; i así sucesivamente se irá continuando hasta que el último residuo sea cero ó la unidad: si fuere cero el último divisor será la mayor medida comun de los números propuestos; pero si el último residuo fuere la unidad, no tendrán dichos números medida comun, i estos tales se llaman *números entre sí primos*, i los que tienen medida comun se dicen *números entre sí compuestos.*

Egemplo.

Se quiere la mayor medida comun de los números 125 i 75.

Partiendo 125 por 75 les toca á 1 i sobran 50: partiendo 75 por 50 sobran 25; i partiendo 50 por 25 sale justa la particion; por lo que el último divisor 25 es la mayor medida comun de los números 125 i 75 propuestos.

125	75
050	1
75	50
25	1
50	25
00	2

46. La razon es porque los divisores de 125 son 5 i 25, i los de 75 son 3, 5, 15 i 25, i el mayor de los divisores comunes es 25: luego &c.

47. Si se quiere la mayor medida comun de tres ó mas nùmeros se buscará primero la de dos, i despues con esta medida encontrada, i otro número, se hará la mis-

misma operacion que con los dos primeros, i así sucesivamente; i la última mayor medida que se encuentre será comun á todos los números propuestos; pero si con alguno no se pudiere encontrar, serán los números propuestos entre sí primos.

48. Infiérese el modo de reducir los quebrados á la menor expresion; porque hallada la mayor medida comun del numerador i denominador (si la tuvieren) i partiendo por ella el numerador i denominador, se formará con los cocientes un nuevo quebrado, que será igual al propuesto (§37, art. 9); i así, si se pide reducir á la menor expresion el quebrado $\frac{75}{125}$, se hallará la mayor medida comun del numerador 75, i del denominador 125, la cual es 25 (§ 44), i partiendo 75 i 125 por 25 se formará con los cocientes 3 i 5 el quebrado $\frac{3}{5}$ que es igual á $\frac{75}{125}$, el que queda expresado con los menores números posibles, por ser 25 el mayor divisor comun del numerador i denominador.

ARTÍCULO IV.

DE LA REDUCION DE LOS QUEBRADOS

Á UN COMUN DENOMINADOR.

49. *Reducir los quebrados á un comun denominador* es reducirlos á otros quebrados, que, conservando el mismo valor que los propuestos, tengan la unidad, ó el todo dividido en igual número de partes iguales.

50. Para reducir los quebrados á un comun denominador, multiplíquense los denominadores entre sí, i el producto será el denominador comun, i multiplicando el numerador de cada quebrado por los denominadores de los otros, los productos serán los nuevos numeradores de cada quebrado.

Egem-

57. Si se han de sumar enteros i quebrados con enteros i quebrados, se sumarán primero los quebrados, i la suma de estos se añadirá á los enteros.

Egemplo.

Se han de sumar $24\frac{1}{2}$ con $18\frac{2}{3}$ i con $9\frac{4}{5}$.

Sáquense aparte los quebrados para reducirlos á un comun denominador como se vé en P: súmense los nuevos numeradores como se vé en Q; i poniendo á la suma el denominador comun, resultará el quebrado R, el cual es la suma de los quebrados propuestos, que reducidos á enteros son los que se ven en S, los que, añadidos á los enteros, es la suma total que se manifiesta en Z, cincuenta i dos, i veinte i nueve treinta avos.

$$\begin{array}{r} 24\frac{1}{2} \\ 18\frac{2}{3} \\ 9\frac{4}{5} \\ \hline Z=52\frac{29}{30} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} P \\ 15\quad 20\quad 24 \\ \frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{4}{5} \\ 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} Q \\ 15 \\ 20 \\ 24 \\ \hline 59 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} R \qquad S \\ \frac{59}{30}=1+\frac{29}{30} \end{array}$$

ARTÍCULO IV.º

DEL RESTAR QUEBRADOS.

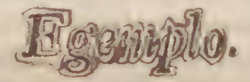
58. Para restar quebrados, si los quebrados que hacen el restando i restador tuvieren un mismo denominador, se restará el numerador del restador del numerador del restando, i al residuo se le pondrá el denominador comun: así, si se ha de restar $\frac{3}{8}$ de $\frac{7}{8}$, se restará 3 de 7, i al residuo 4 se le pondrá el comun denominador 8, con lo que resultará el quebrado $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$, que es la diferencia entre los quebrados propuestos.

59. Si los quebrados no tuvieren un mismo denomi-

minador, se reducirán á él, i despues se restarán como en el caso antecedente.

60. Si los quebrados que hacen el restando i restador, ó bien uno de ellos, fueren compuestos, se reducirán á simples, i despues á un comun denominador (si lo sacaren diferente); i finalmente, se restarán como en los casos antecedentes.

61. Si se ha de restar entero i quebrado de entero i quebrado, se debe atender á que si el quebrado del restador es menor que el del restando, se hará la resta como se ha dicho, i su diferencia se añadirá al residuo de los enteros; pero si el quebrado del restador fuere mayor que el del restando, en este caso para poderlo restar se ha de sacar una unidad de los enteros del restando, i formando con ella un quebrado impropio de la especie de su quebrado se sumarán con él, i del quebrado que resulte se restará el del restador, i el residuo que quede se añadirá al de los enteros, para que el residuo total tenga todo su valor.



Se pide restar $8\frac{4}{5}$ de $12\frac{2}{3}$.

$12\frac{2}{3} = 11\frac{5}{3}$

$8\frac{4}{5} = 8\frac{4}{5}$

Z....... $3\frac{13}{15}$

Y		V	
25	12	25	L
5	4	12	13
3	5	13	15
15			

Respecto que el quebrado del restador es mayor que el del restando, se sacará de los enteros del restando una unidad, i se formará con ella el quebrado impropio $\frac{3}{3}$, i sumándolo con su quebrado, se tendrá $12\frac{2}{3} = 11\frac{5}{3}$, con lo que se podrá restar el quebrado del restador. Hecho esto, se sacarán aparte los quebrados para reducirlos á un comun denominador, como se vé en Y, se restarán los nuevos numeradores, como se vé en V, i poniendo al residuo el denominador comun,

mun, resulta el quebrado L, el cual es la diferencia entre los quebrados propuestos, que añadida al residuo de los enteros, será el residuo total el que se manifiesta en Z.

ARTÍCULO VII°

DEL MULTIPLICAR QUEBRADOS.

62. Para multiplicar un quebrado por otro, se multiplicarán entre sí los numeradores, i el producto será el numerador del quebrado que se busca; i multiplicando los denominadores, el producto será el denominador: i así, si se han de multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$, se multiplicarán los numeradores 2 i 3, el producto 8 es el numerador del producto que se busca; i multiplicando luego los denominadores 3 i 5, el producto 15 es el denominador, con lo que resulta $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$, i así de los demas.

63. La razon es, porque multiplicar, segun su definicion, es buscar un número, que contenga tantas veces al multiplicando, como unidades tiene el multiplicador (§ 17): luego en el caso que el multiplicador sea menor que la unidad, como sucede en los quebrados, debe ser el producto menor que el multiplicando; i será tanto menor cuanto lo fuere el multiplicador respecto de la unidad, para que convenga con la esencia del multiplicar; i así, si el multiplicador fuere, por egemplo, un tercio de la unidad, deberá ser el producto un tercio del multiplicando; i por consiguiente en la multiplicacion de los quebrados se debe sacar tal parte del multiplicando para producto, cual es el multiplicador de la unidad; porque pidiéndose multiplicar $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$ el producto debe ser los $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$, por ser el multiplicador los $\frac{4}{5}$ de la unidad; mas para sacar los $\frac{4}{5}$ de $\frac{2}{3}$, se hace multiplicando numerador por numerador, i denominador por denominador (§ 39): luego, para multiplicar un quebrado por otro se debe hacer la misma operacion, que era &c.

Para

64. Para multiplicar entero por entero y quebrado, ó al contrario, se reducirá el entero á quebrado, poniéndole por denominador la unidad, i el otro entero á la especie de su quebrado, i despues se multiplicarán como si fuesen quebrados.

Egemplo. $\dfrac{12 \times 8\frac{2}{3}}{\frac{12}{1} \times \frac{26}{3} = \frac{312}{3} = 104.}$

```
  26
  12
 ----
  52
 26
 ----
 312
 ----
```

Pídese multiplicar 12 por $8\frac{2}{3}$: redúzcase el 12 á quebrado, poniéndole por denominador la unidad, i el $8\frac{2}{3}$ al quebrado impropio $\frac{26}{3}$, i multiplicando despues 12 por 26, i 1 por 3 dará el producto $\frac{312}{3}$ que reducido á enteros son 104.

65. Para multiplicar entero i quebrado por entero i quebrado, se reducirán los enteros del multiplicando i multiplicador cada uno á la especie de su quebrado, i despues se multiplicarán como si fueran quebrados.

Egemplo. $\dfrac{12\frac{1}{2} \times 8\frac{2}{3}}{\frac{25}{2} \times \frac{26}{3} = \frac{650}{6} = 108\frac{2}{6}.}$

```
  26
  25
 ----
 130
 52
 ----
 650 | 6
     L-----
       108 2/6
```

Se pide multiplicar $12\frac{1}{2}$ por $8\frac{2}{3}$: redúzcanse los $12\frac{1}{2}$ i $8\frac{2}{3}$ cada uno á la especie de su quebrado, i se tendrá $\frac{25}{2}$ i $\frac{26}{3}$: multiplíquese 25 por 26 i 2 por 3, i saldrá el producto $\frac{650}{6}$, que reducido á enteros son $108\frac{2}{6}$.

ARTÍCULO VIII.º

DEL PARTIR QUEBRADOS.

66. Para partir un quebrado por otro, se multiplica primero el numerador del dividendo por el denominador del divisor, i el producto es el numerador del cociente; i despues el numerador del divisor por el denominador del dividendo, i el producto es el denominador: i así, si se ha de partir $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$, se multiplicará el numerador 4 del dividendo por el denominador 3 del divisor, i el producto 12 es el numerador del cociente; i multiplicando el numerador 2 del divisor por el denominador 5 del dividendo, el propucto 10 es el denominador: con lo que resulta $\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$, i así de otros.

67. La razon es, porque partir (segun su definicion) es buscar un número, que contenga tantas unidades como veces contiene el dividendo al divisor (§ 23); mas para saber cuantas veces el quebrado dividendo contiene al quebrado divisor, es necesario reducirlos á un comun denominador, para que siendo de una misma especie se pueda averiguar lo que se pretende; pues estando el valor de los quebrados en los numeradores (§ 37, art. 1), se contendrá el quebrado divisor en el quebrado dividendo tantas veces como el nuevo numerador del divisor en el nuevo numerador del dividendo: luego, partiendo el nuevo numerador del dividendo por el nuevo numerador del divisor, el cociente será el que se desea; pero esto es lo que se ha practicado en el egemplo: luego, &c.

68. Para partir entero por entero i quebrado, ó al contrario, se reducirá el entero á quebrado, poniéndole por denominador la unidad, i el otro entero á la especie de su quebrado, i despues se operará como en el caso antecedente.

69. Basta para la inteligencia la figuracion del egemplo siguiente.

Se

Se quiere partir 8 por $2\frac{2}{3}$.

$$8 : 2\frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{1} : \frac{8}{3} = \frac{24}{8} = 3.$$

70. Para partir entero i quebrado por entero i quebrado, se reducirán los enteros del dividendo i divisor cada uno á la especie de su quebrado, i haciendo despues la particion, como en el caso primero, se conseguirá lo que se pretende.

Egemplo.

Se pide partir $8\frac{3}{4}$ por $3\frac{2}{3}$.

$$8\frac{3}{4} : 3\frac{2}{3}$$

$$\frac{35}{4} : \frac{11}{3} = \frac{105}{44} = 2\frac{17}{44}$$

Reducidos los 8 enteros del dividendo á la especie de su quebrado, i sumados con él, hacen $\frac{35}{4}$: asimismo reducidos los 3 enteros del divisor á la especie de su quebrado, i sumado con él, hacen $\frac{11}{3}$, i partiendo $\frac{35}{4}$ por $\frac{11}{3}$ es el cociente $\frac{105}{44}$, el cual reducido á enteros, son $2 + \frac{17}{44}$ de otro entero, i así de los demas.

CAPÍTULO III.°

DE LAS FRACCIONES DECIMALES,

71. Ademas de las fracciones de que acabamos de hablar, hai otras de mucho uso en las Matemáticas, cuyo conocimiento es absolutamente necesario para cuando se trata de tener algunas cantidades con toda la posible aproximacion.

DEFINICIONES.

72. Llámanse fracciones decimales los quebrados que tienen por denominador la unidad seguida de uno ó mas ce-

ceros: esto es, 10 ó algunas de sus potencias, como 100, 1000, &c.

Sirven estos quebrados para hallar con la aproximacion que se quiere el resúltado de cualquier cálculo, por mas complicado que sea.

73. Se ha encontrado, pues, el modo de operar con esta especie de fracciones lo mismo que con los números naturales, como igualmente el de reducir toda fraccion á otra decimal igual á la misma, ó que solo difiera de ella en una cantidad infinitamente pequeña; i por tanto es mui frecuente su uso en las Matemáticas.

74. Siendo las fracciones decimales verdaderos quebrados, pueden tambien expresarse como estos; i así, para indicar 3 décimos, 58 centésimos, se escribirá así $\frac{3}{10}$, $\frac{58}{100}$; pero hai otro modo de señalarlos; i es escribir el numerador solamente, con lo que ya se indica el denominador. Por egemplo: en lugar de escribir $\frac{3}{10}$, $\frac{58}{100}$; se escriben, 3.58: poniendo un punto á la izquierda del numerador, de modo que despues de él haya tantas cifras como habría ceros en el denominador despues de la unidad. Del mismo modo, si hubiere enteros á mas de las fracciones, como 15 enteros i $\frac{25}{100}$: 38 enteros i $\frac{245}{1000}$, se escribirá 15.25, i 38.245. De este modo, aunque no se halle expresado el numerador, podrá conocerse cual debe ser; porque si hai dos cifras despues del punto, corresponderá que el denominador sea 100, si tres 1000, i así de los demas.

75. Siguese de aquí, que la expresion 253.27 equivale á 253 $\frac{27}{100}$: asimismo 483.547, significa 483 $\frac{547}{1000}$. Tambien se sigue, que para colocar en forma de decimales la cantidad 28 $\frac{3}{100}$, se deberá escribir 28.03, poniendo un cero antes del tres, á fin de que haya dos cifras despues del punto, con lo que se conoce que el denominador es la unidad seguida de dos ceros ó 100. Del mismo modo para poner en decimal 53 $\frac{48}{10000}$, se escribirá 53.0048, poniendo dos ceros antes de las cifras 48, para indicar que el denominador tie-

ne

ne cuatro ceros despues de la unidad, ó 10000.

76. Si no hubiere enteros con la fraccion, i sí solo $\frac{325}{1000}$, se escribirá así 0.325, haciendo ver por el cero, puesto antes del punto, que no hai enteros. Si bien se reflexiona, se advertirá que esta expresion 0.325 es igual á $\frac{3}{10}$ mas $\frac{2}{100}$ mas $\frac{5}{1000}$, porque $\frac{3}{10}$ es igual á $\frac{30}{100}$ i $\frac{300}{1000}$: i $\frac{2}{100}$ tambien es igual á $\frac{20}{1000}$, porque una fraccion no varía de valor cuando se multiplica su numerador i su denominador por una misma cantidad; luego en lugar de expresar la fraccion 0.325 diciendo $\frac{325}{1000}$, se hubiera podido indicar así $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{5}{1000}$, lo que hace ver que las cifras de esta cantidad 0.325, van aumentando en razon décupla de derecha á izquierda, disminuyendo en la misma proporcion de izquierda á derecha; porque es evidente que un centésimo es diez veces mayor que un milésimo, i que un décimo es diez veces mayor que un centésimo. Considerando las fracciones decimales bajo este aspecto, pueden definirse diciendo: que *son números menores que los enteros, que siguen la proporcion de las diferentes órdenes de la numeracion*,

77. En efecto, despues de haber fijado el término de las unidades, ó números enteros, nada embaraza imaginar otros números de los cuales las unidades siguen siempre la progresion, como en este número 6325.489, en el cual las unidades de la primera cifra dos que está á la izquierda del cinco donde se terminan los enteros, son diez veces mayores que las unidades del mismo cinco, i las unidades del cuatro que está inmediatamente á la derecha del cinco, son diez veces mas pequeñas que las unidades del cinco: las unidades del tres que ocupa el segundo lugar á la izquierda de la cifra cinco de las unidades, son cien veces mayores que las del mismo cinco, i las unidades del ocho que ocupa el segundo lugar ácia la derecha despues del cinco, son cien veces menores que las unidades del mismo cinco, i así de los demas que ocupen lugares iguales á la derecha i á la izquierda de la cifra de las unidades. De suerte que partiendo desde esta cifra ácia la derecha,

pue-

puede decirse unidades, decenas, centenas, millares, &c. del mismo modo que se dice partiendo desde esta misma cifra ácia la izquierda, unidades, décimas, centésimas, milésimas, &c. Este modo de representarse las fracciones decimales da mucha luz en todas las operaciones que se hacen con ellas.

78. Varias fracciones decimales como 0.3...0.54, 0.008, ó sus iguales $\frac{3}{10}$, $\frac{54}{100}$, $\frac{8}{1000}$ puestas en el primer modo, podrán reducirse facilmente á una misma denominacion; porque $\frac{3}{10}$, como ya se ha dicho, es igual á $\frac{30}{100}$, i á $\frac{300}{1000}$; i $\frac{54}{100}$ es igual á $\frac{540}{1000}$: luego las fracciones propuestas podrán tambien escribirse en esta forma: 0.300... 0.540...0.008. Es evidente que esta variedad de expresiones no altera el valor de las fracciones; porque en esta operacion se multiplican los numeradores i denominadores por las mismas cantidades.

79. Una vez comprehendidos estos principios, se ve fácilmente que puede operarse con las fracciones decimales lo mismo que con los números enteros; i como toda fraccion puede reducirse á otra decimal igual á la misma, ó que difiera insensiblemente de ella, se sigue que todas las operaciones de los quebrados pueden referirse á las de los números enteros: por lo cual se omitirá la repeticion de egemplos, bastando para su inteligencia la práctica de lo dicho en las cuatro reglas de los números enteros, i despues se dará el modo de reducir una fraccion cualquiera á decimal, i las diversas aplicaciones que pueden hacerse de estas operaciones á los cálculos mas usados,

ARTÍCULO I°

DEL SUMAR FRACCIONES DECIMALES.

80. Para sumar fracciones decimales, si las fracciones propuestas no están reducidas á una misma denominacion, será esta la primera operacion. Hecha esta, se co-

colocarán unas debajo de otras, de modo que las décimas estén debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, las milésimas debajo las milésimas, formando el lugar de cada cifra una coluna; i despues se hará la suma segun las reglas que se han dado para la de los nùmeros enteros. Por egemplo, si se quiere tener la suma de las fracciones 0.3...0.25...0.489 i 0.056, se reducirán á la misma denominacion que la cantidad 0.489 ó 0.059, teniendo uno i otro millares, i disponiéndolo en el órden conveniente se tendrá, como se vé en el egemplo, la suma de un entero, i noventa i cinco milésimos.

0.300
0.250
0.489
0.056
1.095

81. Si tuviesen enteros i fracciones, como en los números siguientes: 25.43...3.054...69.67...36.48, la operacion será la misma; pues sumándolos como se manifiesta al márgen, despues de haber reducido las cantidades á la denominacion de 3.054, que es la mayor denominacion de las fracciones, se tendrá por la suma 134.031: esto es, ciento treinta i cuatro enteros, i treinta i un milésimos.

25.430
3.054
69.067
36.480
134.031

82. Puede tambien excusarse la reduccion de las fracciones propuestas á una misma denominacion, haciendo atencion á lo dicho anteriormente (§ 76), i observando en su consecuencia el órden de la colocacion de las cifras. Por egemplo: si se quieren sumar las fracciones siguientes 0.35...0.48...0.54...0.345, i 0.0048, se dispondrán en el modo que se manifiesta al márgen, i se tendrá por la suma un entero, i siete mil, ciento noventa i ocho diez milésimos.

0.35
0.48
0.54
0.345
0.0048
1.7198

AR-

ARTÍCULO II°

DEL RESTAR FRACCIONES DECIMALES.

83. Para restar fracciones decimales, si las fracciones no tienen una misma denominacion, para mayor facilidad se dará principio reduciéndolas á la del mayor denominador, segun el método explicado (§ 78). Despues se dispondrán de modo que las décimas esten debajo de las décimas, las centésimas debajo de las centésimas, las milésimas debajo de las milésimas, i así de los demas números: luego se hará la resta del modo que se practica con los números enteros. Por egemplo: para restar la fraccion decimal 0.0250, de 0.5364, se escribirá como se vé al márgen, i haciendo la resta será el residuo cinco mil, ciento i catorce diez milésimos.

```
0.5364
0.0250
------
0.5114
```

84. Si hubiere que restar enteros i fracciones de enteros i fracciones, el método será el mismo: por egemplo, para restar 47.9453, de 68.05489, se escribirán sin reducir la denominacion á otra, en el modo puesto al márgen, i el residuo será veinte enteros, i diez mil, novecientos cincuenta i nueve cien milésimos.

```
68.05489
47.9453
--------
20.10959
```

85. La demostracion de estas dos operaciones es la misma que la de los números enteros; porque tomándose la suma, ó la diferencia de las décimas, centésimas, milésimas &c., tambien se tiene la suma ó diferencia de estas fracciones; pues no contienen otra cosa que décimas, centésimas, milésimas &c. Tambien se hace la prueba de estas operaciones por la contraria, como en los números enteros, por lo que no parece necesario insistir mas sobre este punto.

AR-

ARTÍCULO III.º

DEL MULTIPLICAR

FRACCIONES DECIMALES.

86. Para multiplicar dos números de los cuales uno ó entrambos contienen partes decimales, se hará la multiplicacion como si los tales números fuesen enteros, i despues de hallado el producto, se separarán con un punto, contando de la derecha ácia á la izquierda otras tantas cifras como decimales se contienen en el multiplicando i multiplicador. Las cifras que esten á la izquierda del punto indicarán los enteros, i las que queden á la derecha serán los decimales. Por egemplo: para multiplicar 24.35 por 2.3, se escribirá:

Habiendo hecho la multiplicacion como si no hubiesen decimales, i hallado el producto 56005, se escribirá 56.005, dejando tres cifras á la derecha del punto, por cuanto habia otras tantas decimales en el multiplicando i multiplicador, á saber: dos en el primero, i una en el segundo.

```
 24.35
    23
 -----
  7305
 4870
 -----
56.005
```

87. Puede ocurrir el caso de que el número de los decimales del multiplicando i multiplicador juntos sea mayor que el de las cifras del producto, expresivas de la cantidad decimal, que resulta de la multiplicacion, lo que sucede cuando no habiendo enteros en el multiplicando, ó multiplicador á mas de las fracciones decimales, i siendo estas en corto número, corresponden á grandes denominadores; en este caso se pondrán ácia la izquierda de las cifras significativas del producto tantos ceros cuantos se necesiten para completar el número de cifras decimales, que contienen el multiplicando i multiplicador.

Por egemplo: para multiplicar estas dos cantidades 0.0054 por 0.012, que solo tienen decimales, dispuestas como se ve al márgen; i hecha la multiplicacion á lo ordinario, se halla ser el producto de las cifras significativas 648: en este caso se escribirá 0.0000648, disponiéndolos de modo que con la adicion de cuatro ceros á la izquierda de las cifras significativas, sean las decimales, ó cifras despues del punto, tantas como se contienen en el multiplicando i multiplicador.

```
   0.0054
    0.012
---------
      108
      54
---------
0.0000648
```

Demostracion.

88. Para entender mas facilmente la razon con que se demuestra la operacion antecedente, la aplicaremos al primer egemplo (§ 86), en el cual se trataba de multiplicar 24.35 por 2.3. Cuando se multiplican estos números entre sí, como si no hubiese en ellos decimales, se hace el multiplicando cien veces mayor de lo que es, pues las unidades del cuatro, que se hallaban por el punto en la clase de unidades simples, ascienden por la supresion del mismo punto á la clase de centenas. Del mismo modo el multiplicador 2.3 se hace diez veces mayor de lo que es efectivamente, considerándolo veinte i tres: luego el producto, que resulta de estos dos números, será diez veces, cien veces mayor de lo que debe ser, ó bien mil veces mayor: luego para considerarle en su justo valor es preciso hacerle mil veces menor; i esto se consigue cortando ácia la derecha tantas cifras decimales, cuantas se contienen en el multiplicando i multiplicador. En nuestro caso se han cortado tres, de que ha resultado que la cifra 6 del producto 56005, que estaba en el órden de los millares, se ha hallado en el de las unidades con escribir 56.005. Este mismo razonamiento puede aplicarse á otro cualquier egemplo.

ARTÍCULO IV°

DEL PARTIR FRACCIONES DECIMALES.

89. Para partir un número decimal por otro, ya sea que solo contengan decimales, ya que el dividendo i divisor tengan ademas número entero, ó que solo uno de los dos comprenhenda enteros i decimales, se reducirán á una misma denominacion, i despues se partirán como si fuesen enteros. Por egemplo: para partir 88.392 por 2.54, añádase un o al 54, i se tendrá 540: pártanse estos dos números como si fuesen 88392 i 2540, i el cociente $34\frac{2032}{2540}$ será el que se solicita. Si se quiere aproximar mas el quebrado se añadirá un o al residuo 2034 i se tendrá 20320, que partido por 2540 da el cociente 8, resultando el total 34.8.

88392	2540
7620	34.8
12192	
10160	
020320	
000000	

90. Toda fraccion decimal que contiene enteros i decimales, pueden indicarse como si solamente comprehendiera decimales: i así, la fraccion 24.32, que vale 24 enteros i 32 centésimos, puede expresarse así $\frac{2432}{100}$, porque $\frac{2400}{100}$ ó dos mil cuatrocientos centésimos valen 24 enteros, por ser el numerador 2400 veinte i cuatro veces mayor que el denominador.

91. Las unidades del cociente deben ser siempre de la misma especie que las del dividendo, porque el divisor es un número que solo indica el número de veces; i así, si el dividendo tiene por unidades milésimos, i el divisor es un número entero absoluto como 3 ó 4, el cociente valdra la tercera ó cuarta parte de los milésimos del dividendo, i tendrá por consiguiente unidades de la misma especie.

92. Cuanto mayor sea el divisor, siempre que el dividendo no se altere, tanto menor será el cociente, i recíprocamente, cuanto menor sea el divisor, suponiendo siempre uno mismo el dividendo, tanto mayor será el co-

cociente; porque es evidente, que cuanto menor sea un número mas veces debe contenerse en otro.

DEMOSTRACION DE LA REGLA GENERAL.

93. Para entender la razon de las operaciones indicadas (§ 89), se atenderá á que el cociente de una particion no varía cuando el divisor i el dividendo se multiplican por un mismo número. Así, 12 partido por 4 da 3 al cociente, si se multiplican el 12 i el 4 por 5, i se parte el producto 60 por el producto 20, se tendrá el mismo cociente 3. Esto supuesto, si se parten dos cantidades que tengan el mismo número de decimales, desatendiendo á esta circunstancia, como si no los tuviere, no se hace otra cosa que multiplicar el dividendo i divisor por un mismo número, lo que no debe variar el cociente. Así, cuando se parte 88.392 por 2.54, como si fuera 88392 i 2540, multiplicándose el dividendo i divisor por 100, el cociente no deberá ser diverso; pero el cociente de 88392 partido por 2540, es 348: luego este mismo número es el verdadero cociente de 88.392 partido por 2.540. Esta razon puede dar la demostracion de todos los casos imaginables, por lo que será bien reflexionarla atentamente.

ARTÍCULO V.º

DEL USO DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

I.º

Hallar con la aproximacion que se quiera el cociente de una particion que no lo dé exacto.

94. Para esto, hállese desde luego el cociente del dividendo partido por el divisor, i pónganse á continuacion del residuo tantos ceros, como decimales se quiera que salgan al cociente: si se quiere tener el cociente con la apro-
xi-

ximacion de milésimos, ó de diez milésimos, se añadirán tres ó cuatro ceros al residuo, i se seguirá la particion como á lo ordinario, poniendo los números seguidamente en el cociente como resulten despues de haberlos separado de los enteros por un punto, como se verá en el siguiente egemplo.

Pídese partir 356 por 15, i encontrar un cociente que no difiera del verdadero la diez milésima parte de la unidad.

Despues de haber partido 353 por 15, i encontrado el cociente 23 con 8 de residuo, añadiendo á este cuatro ceros, porque se trata de aproximar á diez milésimos, i continuando la particion como á lo ordinario, saldrán al cociente los números 5, 3, 3 i 3, que se pondrán á continuacion del cociente hallado 23, separándolos de este con un punto para indicar que las cifras siguientes son decimales; i como en el caso presente resulta un residuo que constantemente será 5, i por consiguiente 3 la cifra que salga al cociente, podrá tenerse de una vez tan aproximado, si se quiere, que no difiera del verdadero la cien milésima parte de la unidad, ó con mayor aproximacion, añadiendo tantas veces la cifra 3, cuantas requiera el denominador que se considere en la fraccion decimal.

```
353 | 15
30  |________
053    23.5333
 45
 080000
  75
  050
   45
   050
    45
    050
     45
     05
```

II°

REDUCIR CUALQUIERA FRACCION Á DECIMAL.

95. Para reducir cualquiera fraccion á decimal se le añadirán al numerador tantos ceros como decimales se quiere que salgan al cociente, se partirá la cantidad que re-

99. Si se quiere reducir á partes decimales de libra alguna cantidad de onzas i adarmes, se observará el mismo método. Por egemplo: si se pide hallar una parte decimal de la libra igual á 7 onzas i 8 adarmes, fórmese el quebrado $\frac{7}{16}$, cuyo denominador indica el número de onzas en que se divide la libra: hállese despues una fraccion decimal igual á $\frac{7}{16}$, que será 0.4375: tómese despues el quebrado $\frac{8}{256}$, cuyo denominador indica los adarmes en que se divide la libra: hállese la fraccion decimal correspondiente á este quebrado, que será 0.03125: súmese esta fraccion decimal con la primera, añadiendo á esta un cero para igualar al número de las cifras; i la suma 0.46875 será la fraccion decimal de la libra, igual á 7 onzas i 8 adarmes: ó bien reduciendo las 7 onzas i 8 adarmes á este último peso, se tendrán $\frac{120}{256}$, cuyo denominador indica los adarmes en que se divide la libra; i reduciendo este quebrado á fraccion decimal se tendrá 0.46875, la misma que por el método antecedente.

Por el mismo órden se reducirán á fracciones decimales las monedas que sean parte de otra mayor, i en general toda fraccion referente á un entero del cual se conocen las partes en que se divide.

CAPÍTULO IV.°

DE LOS NÚMEROS DENOMINADOS.

100. Números denominados son aquellos que numeran cosas de varias especies de un mismo género, como doblones, pesos, reales &c.: quintales, arrobas, libras &c.: varas, pies, pulgadas, líneas &c.

101. Para la inteligencia de este cálculo se hace precisa la noticia de las monedas, pesos i medidas de todos los reinos i provincias con quienes se tiene trato ó comer-

mercio, de cuya materia tratan muchos autores largamente, por cuyo motivo se omiten en este compendio por no dilatarlo; pero se advertirán aquellas especies de que se pondrán egemplos, i algunas otras, para que por el mismo estilo se proceda con las demas.

Medidas longitudinales.

La legua consta de $6666\frac{2}{3}$ varas: la braza de 2 varas. La vara tiene 3 pies; el pie 12 pulgadas; la pulgada 12 líneas; la línea 12 puntos. La vara tiene 4 palmos; el palmo 12 dedos. Tambien se usa en los cuerpos del egército una medida llamada toesa, cuya sexta parte se llama pie de rei, el qual es mayor que el de Castilla; de suerte que seis de los primeros hacen próximamente siete de los segundos.

Medidas de tiempo.

El dia tiene 24 horas; la hora 60 minutos; el minuto 60 segundos; el segundo 60 terceros &c.

Medidas de áridos.

El cahiz tiene 12 fanegas; la fanega 12 celemines; el celemin 4 cuartillos; el cuartillo 4 raciones; la racion 2 ochavillos.

Medidas de líquidos.

La bota tiene 30 arrobas; la arroba 8 azumbres; la azumbre 4 cuartillos; el cuartillo 4 copas.

Las medidas del aceite están arregladas al peso.

Medidas de gravedad, ó peso.

El quintal tiene 4 arrobas; la arroba 25 libras; la libra 2 marcos; el marco 8 onzas; la onza 16 adarmes; el adarme 3 tomines; el tomin 12 granos.

Monedas efectivas.

De oro.

El doblon de á ocho ú onza de oro vale 16 duros; la

media onza 8 duros; el doblon de oro 4 duros; el medio doblon 2 duros; el escudo de oro ó doblilla 1 duro, ó peso fuerte.

De plata.

El duro ó peso fuerte vale 20 rs. vn.; el escudo ó medio duro 10 rs. vn.; la peseta colunaria 5 rs. vn.; la peseta sin colunas 4 rs.; el real de plata colunario $2\frac{1}{2}$ rs.; el real de plata sin colunas 2 rs. vn.; el real colunario $10\frac{1}{2}$ cuartos; el real de vellon $8\frac{1}{2}$ cuartos, ó 34 maravedís de vellon.

De cobre.

La pieza mayor ó mota vale 2 cuartos; el cuarto 2 ochavos; el ochavo 2 maravedises.

Monedas imaginarias.

El doblon vale 4 pesos; el peso 15 rs. vn.; el real 34 mrs. El ducado vale 11 rs. vn. y 1 maravedí, ó 375 maravedís; pero en el uso comun se paga por solo 11 rs. vn. El peso corriente vale 8 rs. de plata; el real de plata 16 cuartos, ó 34 maravedises de plata.

ARTÍCULO I.º

DEL SUMAR NÚMEROS DENOMINADOS.

102. Para sumar números denominados las especies que se han de sumar se colocan unas debajo de otras; de suerte que las de cada especie correspondan debajo de una misma coluna. Puestas en esta disposicion, se principiará la suma por la especie menor, i sacando de ella los enteros que componga de la especie próxima mayor, se añadirán á esta, con la cual haciendo lo mismo que con la primera, i sucesivamente con las demas, se conseguirá la suma que se pretende.

Egem-

Egemplos.

103. Principiando la operacion en el egemplo primero por los maravedises, se ve que componen 61, que hacen un real y 27 maravedises: pónganse estos debajo de los de su especie, i el real se añadirá á la suma de los reales, los cuales componen 41, que son 2 pesos fuertes i un real; i poniendo el real debajo de la coluna de los de su especie, se añadirán los dos pesos á la suma de los pesos; los cuales componen 38, que son 2 doblones i 6 pesos fuertes; i poniendo estos debajo de los de su especie, se añadirán los 2 doblones á la suma de los doblones, i componen 52, con lo que quedan sumadas las especies propuestas en el egemplo primero, cuya suma total es 52 doblones, 6 pesos fuertes, un real i 27 maravedises; i siguiendo el mismo estilo con los demas egemplos se conseguirá la suma de ellos.

I.º

Doblon.	*Ps. fs.*	*Rs.*	*Mrs.*
15.........	12.....	18.....	27
9.........	10.....	13.....	23
26.........	14.....	9.....	11
52.........	6.....	1.....	27

II.º

Qtls.	*Arbs.*	*Libs.*	*Onzas.*
19.....	3.....	22......	13
13.....	2.....	19......	15
20.....	1.....	24......	11
54.....	0.....	17......	7

III.º

Toes.	*Pies.*	*Pgs.*	*Líns.*	*Pts.*
18.....	2....	7....	9....	11
20.....	1....	10....	11....	7
7.....	0....	9....	0....	9
39.....	5....	3....	10....	3

ARTÍCULO II°

DEL RESTAR NÚMEROS DENOMINADOS.

104. Para restar números denominados, las especies que se han de restar se colocan del mismo modo que si se hubieran de sumar, poniendo el restador debajo del restando, i se principiará la resta por la especie menor; advirtiendo que cuando el número del restando fuere menor que el correspondiente del restador, se le ha de añadir una unidad de la especie próxima mayor, la cual valiendo aquel número de unidades determinado de la especie á que se quiere añadir, le aumentará su valor: esto se manifestará en los egemplos siguientes, en los cuales se pide restar las especies que en ellos se expresan.

Egemplos.

I°

Doblon.	*Ps. fs.*	*Rs.*	*Mrs.*
34	12	17	23
23	9	15	19
11	3	2	4

II°

Qtls.	*Arbs.*	*Libs.*	*Onzas.*
28	3	17	10
18	2	15	12
10	1	1	14

La operacion del egemplo primero está manifiesta i la del segundo se entenderá con la explicacion del tercero.

105. Principiando la operacion en el egemplo tercero por la especie menor, se ve que 9 líneas no se pueden restar de 7, por lo que es necesario valerse de la especie inmediata; i como esta no tiene valor para comunicárselo, es preciso recurrir á la especie donde se encuentre, que es la coluna de los

pies;

pies; i sacando uno de los dos que se hallan en el restando, que compone 12 pulgadas, se dejarán 11 en la coluna de las pulgadas en lugar del cero que hai en ella, i la restante que vale 12 líneas, se juntará con las 7, i compondrán 19, de las cuales se restarán las 9 del restador, y el residuo 10 se pondrá debajo de su coluna; i pasando á las pulgadas se restarán 6 de 11, i el residuo 5 se pondrá debajo de las de su especie; i continuando la operacion se ve que no pudiendo restar 2 pies de uno, es preciso sacar de las 12 toesas una, la que compone 6 pies, i uno que hai son 7, de los que restando los dos del restador, es el residuo 5, que se pondrá en su respectiva coluna, i restando las cinco toesas de las 11 que quedaron en el restando, se pondrá el residuo 6 debajo de su coluna; con lo que el residuo total es 6 toesas, 5 pies, 5 pulgadas, i 10 líneas.

IIIº

Tsas.	*Ps.*	*Pgs.*	*Líns.*
12......	2.......	0........	7
5......	2.......	6........	9
6......	5.......	5........	10

ARTÍCULO IIIº

DEL MULTIPLICAR NÚMEROS DENOMINADOS.

106. Para multiplicar números denominados, se reducen las especies menores á fraccion decimal de las mayores, i despues se multiplican como si fueran enteros. *

Pídese hallar el importe de 27 toesas, 5 pies i 9 pulgadas, á 2 pesos 5 reales i 17 maravedises la toesa. Redúzcanse los 5 pies i 9 pulgadas á partes decimales de la toesa (§ 97) i se tendrá 27.9583 toesas. Asímismo redúzcanse 5 reales i 17 maravedís á fraccion decimal de peso, i se ten-

* *Entre los varios modos de hacer esta multiplicacion, se ha elegido este por parecer el mas sencillo, i porque quisiéramos generalizar el uso de los decimales.*

drá

drá 2.3666 pesos: multiplíquense estos dos números como si fuesen enteros, en lugar de multiplicar 27 toesas, 5 pies i 9 pulgadas por 2 pesos, 5 reales i 17 maravedises, i el producto será 66.16611278: córtense en él de la derecha ácia la izquierda ocho cifras, que son el número de los decimales comprendidos en el multiplicando i multiplicador, i se tendrán por el producto que se busca 66 pesos, más la parte de un peso correspondiente á las 8 cifras del decimal.

Egemplo.

```
       27.9583
        2.3666
  ------------
       1677498
      1677498
     1677498
     838749
    559166
  ------------
   66.16611278
```

107. Para hallar este valor, teniendo un peso 15 reales de vellon, multiplíquese por este número la fraccion decimal 0.16611278, i partiendo el producto 2.49169170 por el denominador de la fraccion, que equivale á cortar desde la derecha á la izquierda las ocho cifras que este tiene, la cifra 2 que queda á la izquierda del punto da el número de los reales á que es igual la fraccion 0.16611278; con mas la parte de un real á que corresponde la fraccion decimal 0.49199170 que resulta de esta operacion.

Para hallar últimamente el valor de esta fraccion de real, componiéndose este de 34 maravedises, multiplíquese dicha fraccion por 34, i cortando del producto 16.71751780 ocho cifras que contiene la fraccion decimal 0.49169170, el número 16 que queda á la izquierda del punto son los maravedises á que es igual dicha fraccion de real; con más un residuo que por ser mayor que la mitad de la unidad se toma por un entero, considerando 17 maravedises por el valor de dicha fraccion: resultando de todo que la multiplicacion de 27 toesas, 5 pies i 9 pulgadas por 2 pesos, 5 reales i 17 maravedises, da 66 pesos, 2 reales i 17 maravedises con una diferencia menor que medio maravedí.

108. Por este mismo método se reducirá cualquiera otra fraccion; pues únicamente se requiere saber en qué partes está dividido el todo á que la fraccion se refiere. Por egem-

egemplo : para hallar el valor de la fraccion de toesa 0.54, se multiplicará esta por 6 pies en que la toesa se divide, i cortando 2 cifras del producto resulta su valor de 3 pies i una fraccion de pie, cuyo valor se hallará multiplicándola por 12 pulgadas en que se divide el pie, i cortando otras dos cifras del producto, se tendrán dos pulgadas por el valor de la fraccion de pie, con más una fraccion de pulgada que se reducirá á líneas en igual forma.

ARTÍCULO IV°

DEL PARTIR NÚMEROS DENOMINADOS.

109. Para partir números denominados se reducen las especies menores á fraccion decimal de las mayores, i despues se parten como si fueran enteros.

Siendo el valor de 6 quintales, 2 arrobas i 3 libras, 26 pesos fuertes, 12 reales i 6 maravedises, se desea saber cuánto vale el quintal.

Redúzcanse los 12 reales i 6 maravedises á fraccion decimal de peso (§ 97) i se tendrá 26.609 de peso. Asímismo redúzcanse las 2 arrobas i 3 libras á fraccion decimal de quintal, i se tendrá 6.530 : pártanse estos dos números como si fuesen enteros, en lugar de partir 26 pesos fuertes, 12 reales i 6 maravedises entre 6 quintales, 2 arrobas i 3 libras, i el cociente será 4 pesos, 1 real i 16 maravedises, con diferencia de menos de un maravedí.

```
26.609 | 6.530                          3250
 0.489 |______                            34
    20   4 ps. 1 rs. 16 mrs.          ______
______                                 13000
  9780                                  9750
  3250                                ______
                                      110500 | 6530
                                       45200 |______
                                        6020   16
```

CA-

CAPÍTULO VI.°

DE LA FORMACION DE LAS POTESTADES, Y EXTRACCION DE SUS RAICES.

DEFINICION I.ª

110. *Potestad ó potencia* de un número es cualquier producto de los que salen de la multiplicacion contínua de dicho número por sí mismo: por lo que las potestades se distinguen con diferentes nombres: por egemplo, si el número 6 se considera como una cantidad, i no como producto de otra ú otras cantidades, se llama *potestad primera, ó raiz* de las potestades que de ella pueden salir. Si dicho número 6 se multiplica por sí mismo, el producto 36 que resulta, se llama *segunda potestad, potencia, ó grado del número* 6 ó bien su *cuadrado*: i si este se multiplica por su raiz 6, el producto 216 que resulta se llama *cubo, ó tercera potestad* de dicho número 6; i si sucesivamente se va multiplicando el último producto por su raiz, se tendrá la cuarta, quinta, i demas potestades, á que se dan diversos nombres: mas para evitar confusion llamaremos á la primera *raiz*, á la segunda *cuadrado*, i á la tercera *cubo*: no siendo de nuestro intento la denominacion de las potestades sucesivas.

111. Lo que se ha dicho del número 6, se debe entender de otro cualquiera. En la siguiente tabla se contienen las tres primeras potestades sucesivas de las nueve cifras generales, que se deben tener mui presentes para obrar con acierto, cuando se explique la extraccion de las raices de las expresadas potestades.

TA-

TABLA DE LAS POTESTADES.

Primera potestad ó raiz.	*Segunda potestad ó cuadrado.*	*Tercera potestad ó cubo.*
1.............	.... 1..........	 1
2.............	.... 4..........	 8
3.............	.... 9..........	 27
4.............	.... 16..........	 64
5.............	.... 25..........	 125
6.............	.... 36..........	 216
7.............	.... 49..........	 343
8.............	.... 64..........	 512
9.............	.... 81..........	 729

DEFINICION IIª

112. Las potestades se dividen en *racionales ó mensurables*, y en *irracionales ó incomensurables*: las primeras son las que tienen raiz justa, que se puede expresar por números, como todas las contenidas en la tabla, i las que resultan de la multiplicacion contínua de cualquier número por sí mismo: i las segundas son aquellas que carecen de raiz justa, ó que no se puede expresar por números, como 32, si se considera como cuadrado; pues no hai número entero ni quebrado que multiplicado una vez por sí mismo dé el producto 32; ó como 400 si se considera como cubo; pues tampoco hai número, que multiplicado por sí mismo, i el producto vuelto á multiplicar por el mismo número, dé 400; i así de otros.

113. En cualquier cuadrado irracional hai siempre comprendido un cuadrado menor, que tiene raiz justa ó racional; i así la raiz cuadrada racional de 5 es 2, cuyo cuadrado es 4, menor que 5. Tambien la raiz cuadrada racional de 26 es 5, cuyo cuadrado es 25; por lo que, cuando

se haya de sacar la raiz cuadrada de algun cuadrado irracional, como 32, quiere decir que se saque aquella raiz del mayor cuadrado, que está contenido en 32, i que tenga raiz justa, el cual es 25, cuya raiz justa es 5. Lo mismo se debe entender para la extraccion de la raiz cúbica, ó tercera potestad irracional.

ARTÍCULO I.º

DE LAS PROPIEDADES DE LA SEGUNDA POTESTAD Ó CUADRADO, Y DE LA TERCERA Ó CUBO.

114. Si cualquier cantidad se divide como quiera en dos partes, será el cuadrado de la toda igual á los cuadrados de las partes i á dos productos de las mismas partes.

Sea la cantidad $24=20+4$ digo que será

$$24^2=20^2+2\times20\times4+4^2$$

24	20	20	4
24	20	2	4
—	—	—	—
96	400	40	16
48	160	4	
	16	—	
—	—	160	
576	=576		

Porque $20^2=400$, i $2\times20\times4=160$, i $4^2=16$, i sumando estos productos será la suma 576 que es el cuadrado de 24.

En esta propiedad se funda la extraccion de la raiz cuadrada.

115. Si cualquiera cantidad se divide en dos partes, será el cubo de la toda igual á los cubos de las partes, mas á un producto del triple del cuadrado de la primera parte por

por la segunda : mas al triplo de la primera parte por el cuadrado de la segunda.

Sea la cantidad $24=20+4$, digo que será.

$$24^3=20^3+3\times20^2\times4+3\times20\times4^2+4^3$$

$$24 \quad 8000+4800+960+64$$

24				
24				
96				
48		20	400	20
		20	3	3
576				
24	8000	400	1200	60
	4800	20	4	16
2304	960			
1152	64	8000	4800	960

$13824=13824$, suma de los productos de las partes.

Porque $20^3=8000$, y $3\times20^2\times4=4800$, i $3\times20\times4^2=960$, y $4^3=64$, cuyos productos sumados componen 13824, que es el cubo de 24.

En esta propiedad se funda la extraccion de la raiz cúbica.

Si á un cuadrado se le añade el duplo de su raiz i la unidad, se tendrá el cuadrado próximo mayor.

Sea el cuadrado 16 cuya raiz es 4: digo que si se le añade $8+1$ que es el duplo de su raiz, i la unidad, se tendrá $16+8+1=25$ cuadrado próximo mayor de 16. Porque siendo 4 la raiz de 16 será $4+1$ raiz del cuadrado próximo mayor que 16; pero si $4+1=5$ se cuadra, resultará el cuadrado 25, cuya raiz es $5=4+1$: luego añadiendo al cuadrado dado el duplo de su raiz mas la unidad se tendrá el cuadrado próximo mayor.

Esta propiedad sirve para poner el denominador al residuo que resulte en la extraccion de la raiz cuadrada.

Si

Si á un cubo se le añade el triplo del cuadrado de su raiz, mas el triplo de la raiz i la unidad, se tendrá el cubo próximo mayor.

116. Sea el cubo 64 cuya raiz es 4, digo que si se añaden $3 \times 4^2 + 3 \times 4 + 1$, es decir, el triplo del cuadrado de la raiz, mas el triplo de la raiz, i mas la unidad, la suma $64 + 48 + 12 + 1 = 125$ es el cubo próximo mayor de 4, ó bien de la raiz 5^3. Porque siendo 4 la raiz de 64, será $4 + 1$ la raiz del cubo próximo mayor; pero cubicando $4 + 1 = 5$ resulta el cubo 125; luego si á cualquiera cubo se añade el triplo del cuadrado de su raiz, mas el triplo de su raiz, mas la unidad, la suma dará el cubo próximo mayor, que era &c.

Esta para el de la raiz cúbica.

ARTÍCULO IIº

DE LA EXTRACCION DE LAS RAICES DE LAS POTESTADES NUMÉRICAS.

ADVERTENCIAS.

117. Todo el fundamento de la operacion que se executa para extraer las raices de cualquiera potestad, consiste en buscar aquellos números que multiplicados por sí mismos una ó mas veces, segun la raiz que representen, componen la potestad de que son raices; i esto se consigue haciendo el escrutinio de los productos que fueron producidos para su formacion.

118. Si el número ó guarismo de una potestad no consta de mas cifras que hai unidades en su exponente, no tendrá mas que una cifra en su raiz: si en la potestad no hubiere mas cifras que el duplo de las unidades de su exponente, no tendrá mas de dos cifras la raiz; i si pasare de los términos dichos, siempre tendrá una cifra mas en su raiz.

119. De aquí se infiere que cualquiera potestad que se pro-

proponga para extraer su raiz, se debe dividir de la derecha para la izquierda de tantas en tantas cifras como unidades tenga su exponente : i que cuantas divisiones se hicieren, tantas cifras tendrá su raiz.

ARTÍCULO III.º

DEL MODO DE EXTRAER LA RAIZ CUADRADA DE UN GUARISMO QUE CONSTE DE MAS DE DOS CIFRAS.

120. Comprendido todo lo prevenido en el artículo precedente, se conseguirá extraer la raiz cuadrada del número que se proponga, del modo siguiente.

Egemplo I.º

121. Pídese la raiz cuadrada del guarismo 1296.

Divídase el guarismo propuesto de dos en dos cifras; principiando por las unidades; i respecto que este tiene dos divisiones, tendrá dos cifras en su raiz, de las cuales la una ocupará el lugar de las decenas, i la otra el de las unidades.

$\sqrt[2]{12.96}$ | 36.... K
9
———— 3
R............3 96 | 60.. P
S.. 360 } 3 96 V. 6
T.. 36 }
————
0

122. Princípiese la operacion por la primera division de la izquierda, que en este exemplo corresponde ser el número 12 : sáquese la raiz de 9, mayor cuadrado racional contenido en 12, la cual es 3, que se pondrá en K por primera cifra de la raiz, que ocupa el lugar de decenas ; i restando 9 de 12, queda por residuo 3, á que añadiendo las dos cifras de la segunda division, se tendrá en R 396 por residuo, de que se ha de sacar la segunda cifra de la raiz que se busca.

A es-

123. Á este residuo, considerado como dividendo, búsquesele su divisor, que debe ser el duplo de la raiz hallada, considerada como decenas: pártase el residuo 396 por 60, i se ve que le toca á 6, que es la segunda cifra de la raiz que se busca, la cual se pondrá al lado de la primera en K.

124. Multiplíquese la segunda cifra 6 por 60, duplo de la primera, i el producto 360 se pondrá en S: colóquese bajo de este el cuadrado 36 de la segunda cifra, como se ve en T; i restando la suma de estos dos productos V del residuo R, queda cero: con lo que se ve que el número propuesto 1296 es cuadrado perfecto, i su raiz justa es la hallada 36.

Egemplo II.º

125. Pídese la raiz cuadrada del guarismo 127449.

Dividido el guarismo como se ha dicho, se conoce que habiendo 3 cifras en la raiz, i siendo la primera de la derecha de unidades, será la primera de la izquierda de centenas.

126. Principíese la operacion por la primera division de la izquierda, que en este exemplo corresponde al número 12, del cual no siendo cuadrado racional se sacará la raiz de 9, que es

```
        ²√ 12.74.49 | 357... K
            9       |________
           ---            3
R...........  374 | 60
                  |______
B. 300.}
C.  25.}....325.. D 5
           ------
E............ 4949 | 700
                   |______
F. 4900}
G.   49}......4949. H. 7
           ------
              0
```

el mayor cuadrado racional contenido en 12, la cual es 3 que se pondrá en K por primera cifra de la raiz, que ocupa el lugar de centenas; i restando 9 de 12 queda por

residuo 3, á que añadiendo las dos cifras de la segunda division, se tendrá en R. por residuo 374, que es de donde se ha de sacar la segunda cifra de la raiz que se busca.

127. A este residuo, considerado como dividendo, búsquesele su divisor, el cual debe ser el duplo de la raiz hallada, considerada en lugar de decenas para facilitar la operacion: esto es 60; i partiendo 374 por 60 se ve que aunque le podia tocar á 6 no se puede dar al cociente mas que 5, cuya cifra es la segunda de la raiz, que se pondrá en K al lado de la primera; i multiplicando por ella el divisor, el producto 300 se pondrá en B; i poniendo debajo el cuadrado de la segunda cifra encontrada, 25, como se ve en C, se sumarán los dos productos B i C: la suma D se restará de R, i al residuo E se añadirán á continuacion las dos cifras de la última division, con lo que se tendrá en E 4949, que es de donde se ha de sacar la tercera cifra de la raiz.

128. Para hallarla, se considerarán las dos ya encontradas como si fueran una sola, ó la primera; i se hará la misma operacion que para encontrar la segunda; i así, duplicando 35 será su duplo 70: al que se añadirá un cero: pártase, pues, 4949 por 700, i el cociente 7 se pondrá en K por tercera cifra de la raiz, que ocupa el lugar de las unidades: multiplíquese 7 por el divisor 700, i el producto 4900 se pondrá en F; i poniendo debajo el cuadrado de la tercera cifra 49, como se ve en G, se sumarán los productos F i G, i la suma H se restará de E: i si no quedare residuo, como sucede en este egemplo, será el guarismo propuesto 127449, cuadrado racional, i su raiz justa 357. Si quedare algun residuo se debe añadir á la raiz, poniéndolo por numerador de un quebrado, cuyo denominador será el duplo de la raiz hallada mas la unidad.

129. Si el número propuesto para sacar la raiz fuere tal que operando como se ha enseñado resultase el residuo R todos ceros, se debe poner un cero por segunda cifra de la raiz, como se ve en A.

130. Cuando el residuo R fuere menor que el duplo de la

raiz mas la unidad, como se ve en B, tambien se debe poner cero por segunda cifra de la raiz; i en este caso se dirá que la raiz 60 es la del número cuadrado, mayor racional comprendido en el propuesto 3718, i que sobran 118, que por ser este número próximo al duplo de la raiz mas la unidad, si se toma por raiz 61 en lugar de 60, será próxima mayor; pero mas inmediata á la verdadera del número propuesto 3718.

```
              A
V... 36.00 | 60
     36    └──────
     —        6

R... 0000


V... 37.18 | 60
     36    └──────
     —
R...   118 | 121..... B
           └──────
```

131. Si el guarismo que se proponga para extraer la raiz constare de mas de tres cifras en ella, se executará del mismo modo que se ha practicado en el exemplo antecedente; pues todo consiste en considerar las cifras halladas como si fuesen una sola, ó la primera, i operar con ellas como para hallar la segunda.

ARTÍCULO IV.º

DEL MODO DE EXTRAER LA RAIZ CÚBICA DE UN GUARISMO QUE CONSTE DE MAS DE TRES CIFRAS.

Egemplo I.º

Pídese extraer la raiz cúbica del guarismo 46656.

132. Divídase el guarismo propuesto de tres en tres cifras, principiando por las unidades; i respecto que hai dos divisiones, habrá dos cifras en su raiz, de las cua-

cuales la primera ocupará el lugar de decenas, i la otra de unidades: consta de lo dicho § 118.

133. Principiese la operacion por la primera division de la izquierda, que en este exemplo corresponde al número 46; i por no ser cubo racional se sacará la raiz de 27, cubo mayor racional contenido en 46, la cual es 3, que se pondrá en L por la primera cifra de la raiz que ocupa el lugar de decenas; i restando 27 de 46 queda por residuo 19, al cual añadiendo las tres cifras de la segunda division, se tendrá en X 19656 por residuo, del cual se ha de sacar la segunda cifra de la raiz que se busca.

$\sqrt[3]{46.656}$ | 36 L

K................ 27

X................ 19656 | 2790

19656 — 6

0

$3 \times 30^2 = 2700 \times 6 = 16200$

$3 \times 30 = 90 \times 6^2 = 3240$

$6^3 = 216$

2700	3240
90	216
2790	19656

2700	90
6	36
16200	3240

134. A este residuo, considerado como dividendo, búsquesele su divisor, el cual debe ser el triplo del cuadrado de la raiz hallada, i mas el triplo de ella, considerada como decenas; esto es, $2700 + 90 = 2790$; i no puede ser otro; porque el residuo X está compuesto de un producto formado del triplo del cuadrado de las decenas por las unidades, mas de otro producto del triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades, i mas el cubo de las unidades; luego no teniendo conocidas las unidades, es preciso valerse del triplo del cuadrado de las decenas, mas el triplo de ellas, por el cual se debe hacer la particion, siguiendo el tanteo prudencial. Esto entendido, pártase el residuo 19656 por 2790; y se ve que, aunque le podia caber á 7, no se puede dar al cociente mas que 6, el cual es la segun-

da cifra de la raiz, que se colocará en L al lado de la primera.

135. Multiplíquese 2700, triplo del cuadrado de la primera cifra, por 6 segunda encontrada, i será el producto 16200. Multiplíquese tambien 90, triplo de la primera cifra, por 36 cuadrado de la segunda, i será el producto 3240: agréguese á estos productos 216 cubo de la segunda, i sumando los productos, se restará la suma H del residuo X, i si no quedare residuo alguno, como sucede en este egemplo, será el número propuesto cubo racional, cuya raiz justa es la hallada 36.

Egemplo II.

136. Pídese la raiz cúbica del guarismo 48228544.

A

$\sqrt[3]{48.228.544}$ | 364 — $3 \times 30^2 = 2700 \times 6 = 16200$ B

27 — $3 \times 30 = 90 \times 6^2 = 3240$ C

$6^3 = 216$ D

R... 21 228 | 2790 — 2790

E... 19 656 — 19656 E

6

F... 01 572544 | 389880

K... 1 572544

4 — $3 \times 360^2 = 388800 \times 4 = 1555200$ G

$3 \times 360 = 1080 \times 4^2 = 17280$ H

$4^3 = 64$ Y

389880 — 1572544 K

Dividido el guarismo propuesto en el egemplo antecedente de tres en tres cifras, por tener tres unidades su exponente, se conoce que habiendo tres divisiones corresponden tres cifras en la raiz; i siendo la primera de la derecha de unidades, será la primera de la izquierda de centenas.

Prin-

137. Principíese la operacion por la primera division 48; i no siendo este número cubo racional, búsquese el cubo mayor racional contenido en él, que es 27, cuya raiz es 3, que se pondrá en A por primera cifra de la raiz, que ocupa el lugar de centenas; i restando 27 de 48, queda el residuo 21, al cual añadiendo la segunda division 228, se tendrá en R 21228 de que se ha de sacar la segunda cifra de la raiz.

138. Para encontrarla se partirá 21228 por el triplo del cuadrado de la primera cifra encontrada, considerada en lugar de decenas, i mas el triplo de ella; esto es, por 2700+90=2790, por lo dicho (§ 116); i haciendo el tanteo prudencial es el cociente 6, que se pondrá en A por segunda cifra de la raiz.

139. Multiplíquese 2700 por 6, i el producto 16200 se pondrá en B: multiplíquese tambien 90 por 36, cuadrado de 6, i el producto 3240 se pondrá en C: agréguese á estos productos el cubo 216 de la segunda cifra, como se ve en D; i sumando los tres productos parciales B, C, i D, se restará la suma E de 21228, que hai en R, i al residuo 1572 se añadirá á continuacion la tercera division, con lo que se tendrá en F 1572544 de que se ha de sacar la tercera cifra de la raiz.

140. Para encontrarla se deben considerar las dos cifras halladas como si fueran una sola, ó la primera; i en esta consideracion se practica la operacion como para encontrar la segunda: i así entendido esto, pártase el residuo F=1572544 por el triplo del cuadrado de 360, mas el triplo de 360, que son las dos cifras halladas tomadas como una sola, ó la primera, i consideradas en lugar de decenas: esto es, por 388800+1080=389880; i haciendo el tanteo prudencial es el cociente 4, cifra tercera de la raiz, que se pondrá en A.

141. Multiplíquese 388800 por 4, i el producto 1555200 se pondrá en G: multiplíquese tambien 1080 por 16, cuadrado de la tercera cifra, i el producto 17280 se pondrá en H: añádase á estos productos el cubo de la ter-

tercera cifra que es 64, como se ve en Y, i sumando los productos parciales G, H, Z, si la suma K fuere igual al residuo F, como lo es en este egemplo, se dirá que el guarismo propuesto 44828544 es cubo racional, i su raiz justa es 364. Pero si restando la suma K del residuo F quedare alguna cantidad, se debe añadir á la raiz, poniéndola por numerador de un quebrado cuyo denominador será el triplo del cuadrado de la raiz hallada; mas el triplo de la misma, i mas la unidad.

142. Si el número propuesto para extraer la raiz fuese tal que operando como se ha enseñado resultase el residuo R todo ceros, se debe poner cero por segunda cifra de la raiz, como se ve en A.

A

$\sqrt[3]{216.000}$ | 60

216

R.......... 0000

143. Cuando el residuo R fuere menor que el triplo del cuadrado de la raiz hallada, mas el triplo de la misma, i mas la unidad, como se ve en C, tambien se debe poner cero por segunda cifra de la raiz; i en tal caso se dirá que la raiz 60 es la del número cúbico próximo menor que el propuesto 225256, i que sobran 9256, cuya cantidad, añadida á la raiz, puesta por numerador de un quebrado, y por denominador el triplo del cuadrado de 60, i mas el triplo de 60, con la unidad: esto es, $10800 + 180 + 1 = 10981$ será $60 + \frac{9256}{10981}$ la raiz mas próxima á la verdadera.

C

$\sqrt[3]{225.256}$ | $60 + \frac{9256}{10981}$

226

R.......... 9256 | 10981

ARTÍCULO V°

DEL MODO DE EXTRAER LA RAIZ DE LOS QUEBRADOS.

144. Así como multiplicando una cantidad por sí misma

ma produce su cuadrado, i este multiplicado por la misma cantidad produce su cubo, del mismo modo multiplicando un quebrado por sí mismo produce su cuadrado, i este multiplicado por el mismo quebrado produce su cubo &c. Í así entendido esto, es fácil la extraccion de las raices de los quebrados; pues solo consiste en sacar la raiz que se pide tanto del numerador como del denominador del quebrado propuesto; si se quiere la raiz cuadrada del quebrado $\frac{4}{25}$, sacando la raiz del numerador es 2, i la del denominador es 5, con lo que el quebrado $\frac{2}{5}$ es la raiz cuadrada del quebrado propuesto.

145. Si se quiere la raiz cúbica del quebrado $\frac{729}{1000}$ sacando la raiz del numerador es 9, i la del denominador es 10, con lo que el quebrado $\frac{9}{10}$ es la raiz cúbica del quebrado propuesto.

146. Muchos quebrados se presentan que parecen irracionales; pero reducidos á la menor expresion resultan racionales; como si se pide la raiz cuadrada del quebrado $\frac{8}{18}$ en que se ve que tanto el numerador 8 como el denominador 18 son irracionales, i que si se reduce á la menor expresion resulta el quebrado racional $\frac{4}{9}$, cuya raiz cuadrada es $\frac{2}{3}$, la que lo es tambien del quebrado $\frac{8}{18}$. Porque siendo $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ la raiz cuadrada de este lo será igualmente del otro.

147. Tambien si se pide la raiz cúbica de $\frac{24}{81}$ se ve que en dicha disposicion es irracional; pero si se reduce á la menor expresion, resulta el quebrado racional $\frac{8}{27}$, cuya raiz cúbica es $\frac{2}{3}$, la que lo es tambien de su igual $\frac{24}{81}$. Í así siempre que se proponga un quebrado para extraer de él cualquiera raiz, si se conociese que en dicha disposicion es irracional, es preciso reducirlo á la menor expresion; i sinó se expresará la raiz de otro modo, que es por aproximacion, como se explicará en el artículo siguiente, ó con el signo radical, como se manifestárá en los escolios del mismo.

148. Si la raiz que se ha de sacar fuere de entero i quebrado, se reducirá el entero à la especie del quebrado,

i del

i del quebrado impropio que resulte se sacará la raiz que se pide; por egemplo, si se pide la raiz cuadrada de $6\frac{1}{4}$, se reducirán los 6 enteros á la especie del quebrado, y sumado con él resulta $\frac{25}{4}$, cuya raiz cuadrada es $\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$ i así de otros.

ARTÍCULO VI°

DEL MODO DE APROXIMAR CUANTO SE QUISIERE LAS RAICES IRRACIONALES.

149. Ya se sabe que la raiz irracional es la que no se puede expresar por número entero ni quebrado, como la raiz cúbica de 9, que es mas de dos, i no se puede expresar la justa; pero no obstante se puede aproximar á la verdadera cuanto se quisiere, cuyo método es el siguiente.

150. Despues de sacada la raiz de la potestad racional contenida en la propuesta, se añadirán al residuo tantos ceros como hai unidades en el exponente de la potestad, cuya raiz se quiere aproximar; esto es lo mismo que decir que en la segunda potestad se multiplique el último residuo por el cuadrado 100, i en la tercera por el cubo 1000 &c. I á este residuo aumentado, se le buscará la segunda cifra de la raiz correspondiente á la potestad de que se busca (suponiendo ser la primera cifra, la cifra ó cifras proximamente halladas) la cual se pondrá por numerador de un quebrado, cuyo denominador serà la raiz de la potestad que multiplicó al último residuo.

Egem-

Egemplo.

Se pide la raiz cuadrada del cuadrado irracional 74.

Dígase: el cuadrado mayor racional contenido en el irracional 74 es 64, cuya raiz es 8 i sobran 10: multiplíquese este residuo por el cuadrado 100, i será el producto 1000: búsquese á este la segunda cifra de la raiz, suponiendo ser la primera 8, que es la raiz del cuadrado racional 64; i como se considera por primera, será lo mismo que 80: dóblese esta, i se tendrá 160 por divisor de 1000; i buscando la segunda cifra, se hallará que es 6, i que queda por residuo 4: póngase la segunda cifra 6 por numerador de un quebrado, i por denominador 10, raiz cuadrada de 100 que multiplicó el residuo, con lo que se tendrá $8+\frac{6}{10}$, que es la raiz próxima del cuadrado irracional 74 como se ve en el exemplo M.

M

$\sqrt[2]{74}$ | $8+\frac{6}{10}=8.6$

64

1000 | 160

960 6

36

996

X

$8+\frac{60}{100}=8.60$

400 | 1720

0

Si se quiere aproximar mas, se multiplica otra vez el último residuo 4 por el cuadrado 100, i á su producto 400 se le buscará una segunda cifra, suponiendo ser la primera 86 i que ocupa el lugar de decenas, será 860: dóblese esta, i se tendrá 1720 por divisor del dividendo 400; i como este es menor que el divisor, la cifra que se busca será cero: con lo que se concluye que la raiz aproximada en esta operacion segunda es $8+\frac{60}{100}$ como se ve en el egemplo X. I si la operacion se continuase con el residuo 400, daría la raiz aproximada en partes milésimas.

151. Lo que se ha practicado en la raiz cuadrada se debe entender en la cúbica &c. con la diferencia de que los

úl-

últimos residuos se deben multiplicar por el cubo 1000, i buscar la segunda cifra de la raiz, por las reglas dadas en sus proposiciones; advirtiendo que pueden omitirse los denominadores de los quebrados, poniendo un punto despues de los números enteros de la raiz, en conformidad á lo explicado anteriormente, hablando de los decimales, como se ve en M i X.

152. La demostracion de esta práctica se deduce de lo dicho. Porque si el cuadrado racional 9 se multiplica por el racional 100, resulta el cuadrado racional 900, cuya raiz cuadrada 30 es el producto de las dos raices de los cuadrados propuestos: luego si este producto se parte por la raiz de 100, que es 10, dará por cociente 3, raiz del cuadrado 9; i si en lugar del cuadrado racional 9 se pone el irracional 73, será el producto de los dos cuadrados 7400, cuya raiz próxima es 86, i sobran 4: luego si esta raiz 86 se parte por 10, raiz cuadrada de 100, será el cociente $8\frac{9}{10}$ la raiz próxima del cuadrado irracional 74: luego &c.

153. Del mismo modo se aproxima la raiz de los quebrados; esto es, tanto del numerador como del denominador.

154. Tambien se expresa la raiz de las potestades irracionales con el signo radical: de suerte, que si se quiere expresar la raiz cuadrada del cuadrado irracional 5, se executa así $\sqrt[2]{5}$: si la cúbica, así: $\sqrt[3]{5}$ &c., cuyas expresiones se llaman *cantidades radicales*.

155. Los signos radicales van acompañados con el exponente de la potestad, cuya raiz expresan, i cuando no llevan exponente, como $\sqrt{3}$, es lo mismo que $\sqrt[2]{3}$.

Se suprime el cálculo de los radicales por no ser al intento de este compendio.

CAPÍTULO V.º

DE LA RAZON Ó PROPORCION DE LA CANTIDAD EN GENERAL.

156. *Cantidad ó magnitud es todo aquello que puede ser ó pu-*

ó pudiera haber sido mayor ó menor, cuando no en su esencia en sus accidentes; i de aquí nace la razon i proporcion, que hai entre cantidades de un mismo género ó especie: para averiguarla se da el método en este capítulo, cuya inteligencia es mui útil en toda la Matemática.

DEFINICION Iª.

157. *Razon es la relacion ó respecto que una cantidad tiene á otra de un mismo género*: como si se compara una cantidad de 8 libras de oro á otra de 5 libras tambien de oro, se dice que la primera tiene á la segunda la razon de 8 á 5.

158. La primera cantidad que se compara, se llama *antecedente*, i la segunda á quien se compara, se dice *consecuente*.

159. Si cuando se comparan las cantidades se atiende á cuanto excede la una á la otra, se llama *razon aritmética*; pero si se atiende á cuantas veces la una cantidad contiene á la otra, se dice *razon geométrica*; i así, si comparando 8 á 4 se atiende á cuanto excede el 8 al 4, que es cuatro unidades, es *razon aritmética*; pero si se atiende á cuantas veces el 8 contiene al 4, que es dos veces, es *razon geométrica*: de esta solo hablaremos en el presente capítulo.

160. Si el antecedente es igual al consecuente, como en la razon de 8 á 8, se llama *razon de igualdad*: si es mayor que el consecuente, como en la razon de 12 á 7, se dice *razon de mayor desigualdad*: i si es menor, como en la razon de 7 á 12, se nombra *razon de menor desigualdad*.

Los nombres que tienen las razones de desigualdad, son los siguientes.

161. *Razon multíplice* se llama, cuando el antecedente contiene al consecuente algun número de veces exactamente: si lo contiene dos veces, se llama *dupla*: si tres, *tripla*: si cuatro, *cuádrupla*: si cinco, *quíntupla* &c.: por egem-

plo, la primera será la de 8 á 4: la ségunda la de 9 á 3: la tercera la de 16 á 4; i la cuarta la de 20 á 4 &c.: si fueren dos razones iguales se llaman *equimultiplices*.

162. La razon puede ser *racional* ó *irracional*: la primera es la que se puede expresar por números, como la de 7 á 4, ó de 3 á 5 &c. La segunda es la que no se puede expresar por números, como la razon que tiene 9 con el número que multiplicado por sí mismo dé el producto 32; porque no hai cifra que pueda expresar este número.

163. Para denotar que una cantidad tiene razon geométrica á otra, se les interpondrán dos puntos: i así la razon de 8 á 4 se expresará de este modo; 8 : 4, i á la razon aritmética se le pondrá por distinguirla un solo punto; así: 8 . 4.

DEFINICION IIª

164. *Razones semejantes ó iguales*, si son de mayor desigualdad, son aquellas cuyos antecedentes contienen á sus consecuentes igual número de veces: i si son de menor desigualdad los antecedentes se contienen en sus consecuentes igual número de veces.

165. La razon geométrica es lo mismo que un quebrado. Porque por razon no se entiende otra cosa que cuantas veces el antecedente contiene al consecuente, ó está contenido en él; i por quebrado no se entiende otra cosa que cuantas veces el numerador contiene al denominador ó está contenido en él: luego lo mismo es razon que quebrado; i por consiguiente se puede expresar la razon en forma de quebrado, poniendo por numerador el antecedente, i por denominador el consecuente; i así la razon de $8 : 4 = \frac{8}{4}$: de que se sigue que se pueden hacer con las razones las mismas operaciones que con los quebrados.

166. Las razones que son iguales á otra son iguales entre sí: porque si la razon de 8 : 4, es igual á la de 12 : 6, i la de 10 : 5 igual tambien á la de 12 : 6 será $\frac{8}{4} = \frac{12}{6}$, i $\frac{10}{5} = \frac{12}{6}$; pero las cantidades iguales á una mis-

ma

ma son iguales entre sí; luego será $\frac{8}{4}=\frac{10}{5}$ i por consiguiente la misma razon tendrá el numerador 8 á su denominador 4 que el numerador 10 á su denominador 5: esto es, será $8:4=10:5$, que era &c.

167. De aquí se infiere que la razon que tienen dos partes alicuotas de dos cantidades es igual á la que tienen otras dos partes alicuotas semejantes de las mismas cantidades: porque tienen la misma razon que las cantidades de quienes son partes alicuotas.

DEFINICION IIIª

168. Llámase *exponente ó denominador* de la razon geométrica, el cociente que resulta partiendo el consecuente por el antecedente; i así el exponente de la razon de 12 : 4, es $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$: el de 9 : 36 es $\frac{36}{9}=4$: el de 7 : 22 es $\frac{22}{7}=3\frac{1}{7}$.

169. Infiérese que el consecuente de toda razon es igual al producto del antecedente por el exponente: en el supuesto de que el exponente de la razon de 8 : 4 es $\frac{1}{2}$ será $4=8\times\frac{1}{2}$.

170. A razones iguales corresponden exponentes iguales, i entre las desiguales la mayor tiene el exponente menor. Lo primero: la razon de 8 : 4 es igual á la de 10 : 5, porque los antecedentes de entrambas comprenden igual número de veces á sus respectivos consecuentes. El exponente de la primera es $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$: el de la segunda es $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$: luego &c. Lo segundo: supónganse las razones de 8 : 4, i de 12 : 8, de las cuales la primera es mayor que la segunda, porque el antecedente 8 comprende dos veces al consecuente 4, i el antecedente 12 de la segunda razon solo comprende $1\frac{1}{2}$ veces á su consecuente 8. El exponente de la primera razon es $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$: el de la segunda es $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ mayor que el primero: luego en la comparacion de razones desiguales la menor tiene el exponente mayor.

171. La razon que tiene cualquier antecedente á su consecuente, es la misma que la que tiene la unidad al exponente; porque siendo $\frac{1}{2}$ el exponente de la razon de

8 : 4

$8 : 4$ será $8 : 4 : : 8 : 8x\frac{1}{2}$, i por consiguiente $\frac{8}{4} = \frac{8}{8x\frac{1}{2}}$

i partiendo los dos términos del segundo quebrado por 8,

será $\frac{8}{8x\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$ i por consiguiente $8 : 4 : : 1 : \frac{1}{2}$, que era &c.

172. El producto de los antecedentes de cualquier número de razones tiene al producto de los consecuentes de las mismas, la razon que tiene la unidad al producto de los exponentes de dichas razones. Sean las razones $8 : 4$ i $9 : 3$, cuyos exponentes son $\frac{1}{2}$ el de la primera, i $\frac{1}{3}$ el de la segunda. Por lo dicho en el corolario antecedente, resultará que $\frac{8}{4} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$ i $\frac{9}{3} = \frac{1}{\frac{1}{3}}$, i por consiguiente

$\frac{8}{4} : \frac{9}{3} : : \frac{1}{\frac{1}{2}} : \frac{1}{\frac{1}{3}}$: esto es, $8 x 9 : 4 x 3 : : 1 : \frac{1}{2} x \frac{1}{3}$, i hechas las multiplicaciones $72 : 12 : : 1 : \frac{1}{6}$. I manifestándose iguales estas razones, queda demostrado que el producto de los antecedentes de varias razones al producto de los consecuentes de las mismas, es como la unidad al producto de los exponentes.

DEFINICION IVª

173. La razon que tiene el producto de los antecedentes al producto de los consecuentes de cualquier número de razones, se llama *razon compuesta* de dichas razones. Si la razon es compuesta de dos, tres, cuatro &c. razones iguales, se llama *duplicada*, *triplicada*, *cuadruplicada* &c. segun el número de razones que la compusieren; i las razones componentes, si son dos, se llaman *subduplicadas*, si tres, *subtriplicadas* &c.

174. La razon compuesta de cualquier número de razones, es igual á la que tiene la unidad al producto de los exponentes de las mismas razones.

175. Las razones compuestas de igual número de ra-

razones iguales, son iguales; porque siendo las razones de que se compone cada una iguales en número i razon, serán los exponentes de las unas iguales á los exponentes de las otras, i por consiguiente los productos; pero cada razon compuesta es igual á la que tiene la unidad al producto de los exponentes; luego serán iguales.

176. La razon duplicada es la misma que la que tiene la unidad al cuadrado del exponente de una de las razones componentes; i tambien es igual á la que tiene el cuadrado del antecedente al cuadrado del consecuente de una de las razones componentes.

177. La triplicada es la misma que la que tiene la unidad al cubo del exponente de una de las razones componentes: tambien es igual á la que tiene el cubo del antedente al cubo del consecuente de una de las razones componentes, Semejantemente se debe entender de las razones cuadruplicadas &c.

178. Las razones duplicadas, triplicadas &c. de razones iguales son tambien iguales.

179. El exponente de la razon compuesta es el producto de los exponentes de las razones que la componen: i el de las razones duplicadas, triplicadas &c., es el cuadrado, cubo &c. del exponente de las razones subduplicadas, subtriplicadas &c.

180. Si hai muchas cantidades, como 2, 4, 8, 16, 32 &c., i que de ellas se formen razones, de suerte que la que es consecuente de la primera razon sirva de antecedente en la que sigue, i así sucesivamente, será la compuesta de dichas razones igual á la que tiene la primera cantidad 2 á la última 32. Porque formando las razones 2 : 4, 4 : 8, 8 : 16, 16 : 32: será la compuesta $\frac{2x4\ x\ 8x16}{4x8x16x32}$ i partiendo el numerador i el denominador de este quebrado por 4x8x16, quedará igual á 2 : 32: luego 2x4x8x16 : 4x8x16 : 4x8x16x32 = 2 : 32: luego el producto de todos los antecedentes de las razones continuas al pro-

ducto de los consecuentes, es como el antecedente de la primera razon al consecuente de la última.

DEFINICION Vª

181. *Proporcion ó analogía* es la semejanza ó igualdad de dos razones iguales; i así, siendo la razon de 9 á 3 igual á la de 12 á 4, se forma la proporcion de 9 á 3 como 12 á 4, la cual en adelante se indicará así 9 : 3 : : 12 : 4. I si una cantidad fuere á otra segunda como está á la tercera; esto es, siendo 16 : 8 : : 8 : 4, dicha proporcion que se llama *continua*, se suele expresar con solos tres términos, anteponiéndoles este signo ÷÷ que quiere decir que los términos son *continuos proporcionales geometricos*, i así 16 : 8 : : 8 : 4 = ÷÷ 16 : 8 : 4.

182. Constando la proporcion de dos razones, i cada razon de dos términos, la proporcion constará de cuatro, de los cuales el primero i cuarto se llaman *extremos*, i el segundo i tercero *medios*.

183. Llámanse términos *homólogos*, ó *semejantes* en la proporcion, los antecedentes de dichas razones, i tambien los consecuentes.

184. Los términos de cualquiera proporcion se pueden comparar de siete modos sin que dejen de ser proporcionales; á saber: *directamente*, *alternando*, *invirtiendo*, *permutando*, *componiendo*, *dividiendo i convirtiendo*; pero este último modo debe entenderse de dos maneras, *convirtiendo componiendo*, i *convirtiendo dividiendo*: todo se manifiesta en el siguiente formulario.

	Antec.	*Consec.*	*Antec.*	*Consec.*	
Directamente....	2 :	4 : :	8 :	16.......	L
Alternando........	2 :	8 : :	4 :	16.......	M
Invirtiendo.......	4 :	2 : :	16 :	8.......	N
Permutando......	8 :	16 : :	2 :	4.......	P
Componiendo....	2 + 4 :	4 : :	8 + 16 :	16.......	Q
Dividiendo.......	2 — 4 :	4 : :	8 — 16 :	16.......	R
Convirtiendo....	2 :	2 + 4 : :	8 :	8 + 16 }	S
	2 :	2 — 4 : :	8 :	8 — 16 }	

Com-

185. Comparar directamente es comparar cada antecedente á su consecuente, ó bien la primera comparacion que se hace al tiempo de formar la analogía, como se ve en L.

Comparar alternando es comparar el antecedente de la primera razon al antecedente de la segunda, i el consecuente al consecuente, como en M.

Comparar invirtiendo es comparar cada consecuente á su antecedente, como se ve en N.

Comparar permutando es poner la segunda razon en lugar de la primera, i esta en lugar de la segunda, como se ve en P.

Comparar componiendo es comparar la suma de antecedente i consecuente al mismo consecuente, como se ve en Q.

Comparar dividiendo es comparar la diferencia de antecedente i consecuente al mismo consecuente, como se ve en R.

Comparar convirtiendo es comparar el antecedente á la suma, ó diferencia que hai entre antecedente i consecuente, como se ve en S.

Si cuatro cantidades son proporcionales, el producto de los extremos es igual al de los medios.

Sean proporcionales....................	12 : 6 : : 16 : 8		
Digo que será............................	12 x 8 = 6x16		
Porque multiplicando................	12	i	16
Por..	8		6
	—		—
Resulta la misma cantidad........	96		96

En esta propiedad se funda la regla de tres.

Infiérese que si cuatro cantidades son directamente proporcionales, lo serán tambien alternando, invirtiendo, permutando &c.; porque siempre resulta el producto de los extremos igual al de los medios.

Tambien se infiere que si varias cantidades son propor-

cio-

nales en una misma razon, será la suma de los antecedentes á la de los consecuentes como un solo antecedente á un solo consecuente; en lo que se funda la resolucion de la regla de compañía.

CAPÍTULO VI°

DE LA REGLA DE TRES Ó DE PROPORCION.

186. *Regla de tres ó de proporcion* es aquella con que se resuelve una cuestion, hallando á tres números dados un cuarto proporcional.

187. La proporcion se dispone segun el sentido de la cuestion, i así unas veces resulta *directa*, i otras *recíproca ó inversa*; resulta directa cuando los términos que deben compararse tienen el órden directo; esto es, cuando el primero es al segundo, como el tercero al cuarto; i recíproca ó inversa cuando el segundo es al tercero, como el cuarto al primero; ó el tercero al segundo, como el primero al cuarto.

188. Tanto la proporcion directa como la recíproca pueden ser *simples ó compuestas*; llámase simple, cuando para resolver la cuestion no se necesita mas que formar dos razones; i compuesta, cuando es preciso formar mas de dos razones.

189. Si de los términos conocidos que precisamente se han de dar, se pidiere formar dos razones en que la incógnita entre como antecedente, ó como consecuente, se dispondrán estas en proporcion; por egemplo, si 6 ganan 3, se pregunta ¿8 cuánto ganarán?, en donde se conoce por *axioma natural* que las ganancias han de ser segun los fondos ó principales; i así serán proporcionales $6 : 3 :: 8 : X$, i por consiguiente será $X = \frac{3 \times 8}{6} = \frac{24}{6} = 4$.

Cuan-

190. Cuando por crecer ó disminuir el antecedente ó consecuente de la razon en que se halla la incógnita respecto el de la otra razon, se sigue que tambien la incógnita crece ó disminuye proporcionalmente, se dice que la proporcion es directa, ó vulgarmente *regla de tres directa.*

191. Cuando examinando la cuestion se conoce que á mayor cantidad conocida corresponde menor incógnita, ó á menor cantidad conocida corresponde mayor incógnita, se llama la proporcion inversa, ó vulgarmente *regla de tres inversa.*

ARTÍCULO I.º

En que se proponen varios egemplos de la regla de tres, ó de proporcion simple.

Egemplo I.º

192. Si con 20 doblones se ganan 56 pesos, ¿con 24 doblones cuántos se ganarán?

Examinada esta cuestion, se conoce que si con 20 doblones se ganan 56 pesos, con 24 doblones se deben ganar mas pesos; i así, creciendo el antecedente i consecuente de la segunda razon respecto del antecedente i consecuente de la primera, la proporcion es directa; i por consiguiente son proporcionales 20 : 56 : : 24 : X : luego será

$X = \frac{56 \times 24}{20} = \frac{1344}{20} = 67 + \frac{4}{20} = 67 + \frac{1}{5}$ que son los pesos que se habrian ganado con 24 doblones.

Egem-

Egemplo II.º

193. Si 20 hombres abren un foso en 9 dias, ¿30 hombres en cuántos dias lo abrirán?

Examinada esta cuestion, se conoce que si 20 hombres abren un foso en 9 dias, 30 hombres lo abrirán en ménos tiempo; i así, creciendo el antecedente 30 respecto del antecedente 20, i disminuyendo el consecuente X respecto del consecuente 9 es inversa la proporcion; por lo que es preciso mudar los antecedentes en esta forma, para resolver la cuestion; 30 : 9 : : 20 : X, con lo que resulta

$X = \frac{9x20}{30} = \frac{180}{30} = \frac{18}{3} = 6$ dias que necesitan los 30 hombres para hacer la excavacion que executan los 20 hombres en los 9 dias.

ARTÍCULO IIº

En que se proponen varios egemplos de la regla de tres, ó de proporcion compuesta.

Egemplo I.º

194. Si 8 hombres en cinco dias abren 20 varas de foso, ¿12 hombres en 4 dias cuántas varas de foso abrirán?

En dicha cuestion concurren cuatro razones; i por consiguiente dos proporciones simples, que son la primera: si 8 hombres abren 20 varas de foso, 12 hombres, ¿cuántas

abri-

abrirán? La segunda; si en cinco dias se abren 20 varas de foso, ¿en cuatro dias cuántas se abrirán? cuyas dos proporciones examinadas, se conoce que son directas, i por consiguiente la compuesta de ellas tambien es directa; i así para su resolucion se expresará de esta forma.

Homb.	*Dias.*	*Varas.*	*Homb.*	*Dias.*	*Varas.*
8	5	20	12	4	X

A....... $40 : 20 :: 48 : X$

$$\text{B.....}\ X = \frac{20 \times 48}{40} = \frac{960}{40} = \frac{96}{4} = 24 \text{ varas de foso.}$$

I multiplicando el término primero por el segundo, i el cuarto por el quinto, se forma la proporcion simple A, de la cual sacando el valor de X, es el que se manifiesta en B.

Egemplo II.º

195. Si 8 hombres abren 20 varas de foso en 5 dias, ¿12 hombres para abrir 24 varas, cuántos dias necesitarán? Examinadas las dos proporciones simples de que consta, se conoce que la primera es inversa, i la segunda directa; porque si 8 hombres abren un foso en 5 dias, 12 hombres lo abrirán en menos tiempo: i si 20 varas de foso se abren en 5 dias, 24 varas se abrirán en mas; i así para resolver esta cuestion es preciso mudar los antecedentes de la proporcion simple inversa, que son los términos donde se halla la inversion, con lo que se expresará de esta forma.

Homb.	*Dias.*	*Varas.*	*Homb.*	*Dias.*	*Varas.*
12........	20..........	5	8........	24..........	X.

A............ $240 : 5 :: 192.\ X$

$$\text{B.........}\ X = \frac{5 \times 192}{240} = \frac{960}{240} = \frac{96}{24} = 4 \text{ dias.}$$

mul-

Y multiplicando el término primero por el segundo, i el cuarto por el quinto, resulta la proporcion simple A; de la cual sacando el valor de X, es el que se manifiesta en B.

ARTÍCULO III°

En que se da el método de resolver las cuestiones pertenecientes á compañías.

Regla de compañía es la que enseña á dividir una cantidad en partes proporcionales á los caudales que se arriesgaron para su ganancia ó pérdida.

La compañía puede ser simple ó compuesta: llámase simple cuando no hai tiempo determinado, i compuesta cuando lo hai.

196. La resolucion de esta especie de cuestiones consiste en la observancia de las reglas dadas, si hubiese términos desiguales de tiempo entre los de la cuestion; i en dividir cualquier número en partes que tengan entre sí la misma razon que otros números dados, lo que se executa del modo siguiente.

197. Se ha de dividir el número 240 en tres partes, de suerte que la primera á la segunda sea como 9 á 6, i la segunda á la tercera, como 6 : 3.

Súmense los números 9, 6 i 3, i la suma 18 será el primer término de cada proporcion: el segundo será el número dado 240, i el tercero el 9, 6 i 3, cada uno de su proporcion; i así se dirá 18 : 240 : 9 : X=120 : fórmese otra

otra proporcion 18 : 240 :: 6 : Z=80 : finalmente ; dígase 18 : 240 :: 3 : U=40 , i los números 120 , 80 i 40 son los que satisfacen la cuestion.

CUESTIONES.

198. Tres negociantes hicieron compañía; el primero puso 20 doblones ; el segundo 18 , i el tercero 12 ; ganaron 100 doblones, i desean saber cuánto corresponde á cada uno.

RESOLUCION.

Súmense las tres partidas, i la suma será el primer término de la proporcion; el segundo será la ganancia 100 de los tres negociantes, i el tercero será cada caudal en particular; esto supuesto, dígase: 50:100:20:X=40, ganancia del primero ; fórmese otra regla ; 50 : 100 :: 18 : Z=36 , ganancia del segundo : finalmente , se dirá : 50 : 100 :: 12 : U=24, ganancia del tercero , i la suma de las tres ganancias parciales ha de componer la total ganancia 100 para que la operacion esté bien hecha.

Negoc.	*Princip.*	*Gananc.*
1º	20	40
2º	18	36
3º	12	24
	50	100

199. Tres negociantes pusieron en compañía 50 doblones, i al fin de ella ganaron 100 ; al primero le dieron por su ganancia 40 doblones ; al segundo 36 , i al tercero 24; se desea saber lo que puso cada uno.

Invirtiendo la regla antecedente , se verá que el primero puso 20 doblones , el segundo 18 , i el tercero 12.

Han

200. Han de repartirse 4000 bombas en cuatro baterías de morteros; la primera disparará al dia 70 bombas; la segunda 200; la tercera 250, i la cuarta 280. Pídese saber cuántas bombas han de llevarse á cada batería para que todas se consuman á un mismo tiempo.

Súmense los números 70, 200, 250 i 280, i la suma 800 será el primer término; el segundo será 400, i el tercero los números 70, 200, 250 i 280, cada uno de su proporcion; i resolviendo la cuestion como las antecedentes, se hallarán las bombas que han de llevarse á cada batería, como se ve en el egemplo.

1ª...........	70...........	350
2ª...........	200...........	1000
3ª...........	250...........	1250
4ª...........	280...........	1400
	800	4000

201. Pedro tiene tres acreedores; al primero debe 40 pesos; al segundo 36, i al tercero 24; solo se halla con 50 pesos, i quiere saber cuánto dará á cada uno, guardando la proporcion de las deudas.

Súmense 40, 36 i 24, i la suma será el primer término; el segundo será el haber 50, i el tercero los números 40, 36 i 24, cada uno de su proporcion; i resolviendo la cuestion, se hallará lo que debe dar á cada uno, como se ve en el egemplo.

1º............	40............	20
2º............	36............	18
3º............	24............	12
	100	50

ARTÍCULO IVº.

De la regla de compañía compuesta.

202. Si en la compañía hai tiempo, se multiplicará ca-

cada caudal por el tiempo que permaneció en la compañía, i con los productos se formará la misma regla, ó la proporcion anterior; advirtiendo que en todos los caudales ha de ser el tiempo de una misma especie, como años, meses &c.

CUESTIONES.

203. Dos negociantes hicieron compañía; el primero puso 320 pesos por 5 meses, i el segundo 300 por 6; ganaron 340 pesos, i desean saber lo que le corresponde á cada uno.

Multiplíquese el caudal de cada uno por el tiempo que permaneció en la compañía; esto es, 320x5=1600, i

1º.....	230......	5......	1600......	160
2º.....	300......	6......	1800......	180
			3400	340

300x6=1800; súmense estos dos productos, i la suma 3400 será el primer término de cada proporcion; la ganancia 340 será el segundo; cada producto del tiempo por el caudal será el tercero de su proporcion, i los cuartos términos que resulten, será lo que á cada uno corresponde.

204. Pagaron entre cuatro el precio de una lámpara: el primero dió $\frac{1}{5}$ del precio; el segundo los $\frac{2}{7}$; el tercero los $\frac{3}{10}$, i el cuarto 15 pesos; se desea saber el precio de la lámpara.

Redúzcanse los quebrados $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{7}$, i $\frac{3}{10}$, á un comun denominador, i será $\frac{1}{5}=\frac{70}{350}$ $\frac{2}{7}=\frac{100}{350}$ i $\frac{3}{10}=\frac{105}{350}$; súmense dichos quebrados, i la suma $\frac{275}{350}$ es lo que dieron los tres primeros, i por consiguiente los 15 pesos que dió el cuarto, será lo mismo que $\frac{75}{350}$, que es la diferencia que hai de $\frac{275}{350}$ (parte de los tres primeros) á $\frac{350}{350}$ que es el precio total de la lámpara: luego se sabrá este formando la proporcion siguiente: $\frac{75}{350} : 15 :: \frac{350}{350} : X$ ó lo que es lo mismo, $75 : 15 :: 350 : X$ (por tener los quebrados

un

un mismo denominador) i resuelta la regla sale $X=70$ pesos, precio total de la lámpara; i por consiguiente el primero dió $\frac{1}{5}$ de 70 que son 14 pesos; el segundo los $\frac{2}{7}$ de 70 que son 20; el tercero los $\frac{3}{10}$ que son 21, i el cuarto los 15 pesos, que todos juntos componen 70 pesos..

205. Cierto caudal se ha de repartir entre tres hermanos á razon de $\frac{1}{4}$, i $\frac{1}{6}$; al primero le corresponde por su parte 900 pesos; se desea saber cuánto importa todo el caudal i la parte de los otros.

Redúzcanse los quebrados á un comun denominador, como se ve en A, i la suma de ellos $\frac{30}{120}$ es la que representa toda la hacienda, con lo que se formará la proporcion, diciendo si $\frac{30}{120}=\frac{1}{4}$ dan $\frac{74}{120}$, que es todo el caudal, ¿qué darán 900 que es la parte del primero? I resuelta la regla sale por cuarto término 2220, que es el valor del caudal.

	A	
30	24	20
$\frac{1}{4}$...	$\frac{1}{5}$...	$\frac{1}{6}$
	120	

Para saber la parte que corresponde á los otros, se formarán las proporciones siguientes; para el segundo $\frac{30}{120}:900::\frac{24}{120}:X=720$, para el tercero $\frac{30}{120}:900::\frac{20}{120}\ X=600$.

CAPITULO VII.º

De las aligaciones.

206. *Aligacion* es una liga, mezcla ó composicion de diferentes especies, de que resulta otra especie media.

207. En toda aligacion han de concurrir á lo ménos seis términos, á saber; tres especies, *mayor*, *menor i media*, representadas por sus precios ó valores, i tres canti-

 da-

dades, una de la especie mayor, otra de la menor, i otra de la media; i para que la mezcla resulte en la debida proporcion, se han de tomar las cantidades de suerte que la de la especie mayor tenga con la de la especie menor la misma razon, que tiene la diferencia entre la menor i media con la diferencia entre la media i mayor; i para esto se resolverán las cuestiones del modo que se dirá en el artículo siguiente.

ARTÍCULO VI.º

En que se proponen varias cuestiones sobre la regla de aligacion.

CUESTION PRIMERA.

208. Se han reconocido con el morterete de prueba dos calidades de pólvora; la una que arroja la bala á la distancia de 60 toesas, i la otra que con igual cantidad la arroja á la distancia de 25; se quiere con las dos hacer una mezcla que arroje la bala á la distancia de 46 toesas, i se desea saber qué cantidad se ha de tomar de cada especie.

DISPOSICION.

Mayor. 60	21	Diferencia entre la menor i media.
Media. 46		
Menor. 25	14	Diferencia entre la media i mayor.
	35	Suma de las diferencias.

Sáquese la diferencia que hai entre 25 i 46, i el residuo

21 póngase al lado de la especie mayor; sáquese asímismo la diferencia que hai de la media 46 á la mayor 60, i el residuo 14 póngase al lado de la especie menor, con cuya operacion resulta que tomando 21 libras, arrobas &c. de la especie mayor, i 14 de la menor, componen 35 de la especie media, que es la suma de las diferencias, esto es lo mismo que decir que la cantidad de pólvora que se tome de la de mayor potencia, á la que se tome de la de menor para componer la media, ha de tener la razon que 21 diferencia entre la menor i media á 14, diferencia entre la media i mayor.

209. La razon es, porque la potencia que falta á la pólvora que arroja la bala á menor distancia, para que la arroje donde se desea, se ha de aumentar con la pólvora de mayor potencia; i así deberá tomarse de esta la cantidad que baste á suplir este defecto; asímismo lo que excede la pólvora que arroja el globo á mayor distancia á la pólvora media que se desea, se ha de rebajar con la pólvora de menor potencia; luego se deberá tomar de esta cantidad la que baste à rebajar este exceso; pero estas cantidades deben tener la misma razon que la diferencia entre la menor i media tiene con la diferencia entre la media i mayor; luego la resolucion de esta especie de cuestiones debe hacerse como la del egemplo propuesto.

210. Infiérese que la suma de las partes componentes, esto es, $21+14=35$ es igual à la diferencia entre la especie mayor i menor.

211. Infiérese tambien que averiguadas del modo dicho, i determinadas las partes de la mezcla, se hará la suma del mixto, con lo que se determinarán por términos proporcionales los quintales, arrobas &c. que se piden.

NOTA PRIMERA.

Aunque el egemplo antecedente puede servir para comprender el modo de resolver las cuestiones sobre este artículo, debe advertirse que en la práctica no será justo el resul-

sultado de las operaciones antedichas; porque los alcances de la pólvora no guardan proporcion con las cantidades, lo que es conveniente anotar desde ahora.

NOTA SEGUNDA.

Cuando alguna de las especies que se han de mezclar no tiene valor expreso, como cuando se mezcla oro con cobre, se pondrá cero en lugar de la especie menor.

CUESTION SEGUNDA.

212. Un platero quiere hacer 66 onzas de oro de 16 quilates, mezclando cobre con oro de 22 quilates, i desea saber cuántas onzas mezclará de cobre, i cuántas de oro.

RESOLUCION.

Dispuestas las especies, i hecha su resolucion como se ha dicho en el egemplo primero, se ve que las onzas que se han de tomar de oro á las que se han de tomar de cobre, han de tener la misma razon que 16, diferencia entre la menor i media, á 6 diferencia entre la media i mayor;

	22	16.......	48
16	X		
	0	6.......	18
		22.......	66

i para determinarlas se formarán las proporciones siguientes; $22 : 66 :: 16 : X = 48$, i $22 : 66 :: 6 : X = 18$, en las cuales se manifiesta que para hacer 66 onzas de oro de 16 quilates, se han de mezclar 48 onzas de oro de 22 quilates con 18 onzas de cobre.

AR-

ARTÍCULO II°

En que se da el modo de resolver la regla de aligacion cuando en ella se contienen mas de dos especies.

213. Cuando las especies que se han de mezclar fueren mas de dos, se harán dos, ó mas aligaciones, segun fuere el número de las especies que se han de mezclar, i tendrá la cuestion en semejantes casos diferentes resoluciones; i así, para proceder con acierto se observarán las reglas siguientes.

214. Si las especies son 3 ó 4, se dividirá la cantidad de la mezcla en dos partes iguales, ó desiguales; si son 5 ó 6, se dividirá en tres partes; si son 7 ú 8 en cuatro &c. Con cada una de estas partes de la mezcla se aligarán dos especies, cuidando siempre que la una sea mayor i la otra menor que la especie media, ó valor que ha de tener la mezcla, tomando si fuere necesario dos ó tres veces una misma especie. Esto se hará manifiesto con las cuestiones siguientes.

CUESTION PRIMERA.

215. Tiene un platero oro de 22, 20, 15 i 13 quilates, i quiere hacer 56 onzas de mezcla de 16 quilates; desea saber cuánto tomará de cada especie.

ER-

RESOLUCION.

Divídase 56 en cualesquiera dos partes, i sean en 36 i 20; hecho esto, fórmense dos aligaciones; una, por egemplo, de los 22 i 13 con las 36 onzas; i se hallará que en las 36 onzas ha de haber 12 de 22 quilates, i 24 de 13 que componen los 36 de 16 quilates.

	22	3	12
16	$\times$		
	13	6	24
		9	36

Fórmese otra aligacion de los 20 i 15 quilates con las 20 onzas de mezcla; i se hallará que en las 20 onzas han de entrar 4 de 20 quilates, i 16 de 15; i así, para componer las 56 onzas de 16 quilates, debe mezclar 12 de 22, 24 de 13, 4 de 20, i 16 de 15 quilates.

	20	1	4
16	$\times$		
	15	4	16
		5	20

Si se multiplica 22 por 12, 13 por 14, 20 por 4, i 15 por 16, la suma de dichos productos que es 896, debe ser igual al producto de 56 por 16, lo que puede servir de prueba.

CUESTION SEGUNDA.

216. Se quiere hacer una mezcla de 50 onzas de oro de 16 quilates con oro de 22, de 20 i de 13: ¿cuánto se tomará de cada especie?

RESOLUCION.

Divídanse las 50 onzas en dos cualesquiera partes, i serán 36 i 14. Fórmense dos aligaciones; la una de 22 con 13, i la otra de 20 con el mismo 13; i resueltas las dos, se hallará que en las

	22	3	12
16	$\times$		
	13	6	24
		9	36

50 onzas para que sean de 16 quilates se han de mezclar 12 onzas de 22, 6 de 20, i del oro de 13 quilates se han de poner por una parte 24 onzas i por otra 8, que son 32 onzas: donde se ve que con el oro de 13 quilates se han formado dos aligaciones; i si fuera necesario se harían muchas mas.

	20	3	6
16	X		
	13	4	8
		7	14

CUESTION TERCERA.

217. Hai una mezcla ó composicion de 50 onzas de oro, en las que se han mezclado 8 onzas de oro de 24 quilates, $17\frac{1}{3}$ de 20, $8\frac{2}{3}$ de 8, i 16 de 12, i se desea saber de cuántos quilates será la mezcla.

RESOLUCION.

Multiplíquense los 24 quilates por las 8 onzas de su cantidad, los 20 por las $17\frac{1}{3}$ &c., i será la suma de los productos 800: pártase 800 por 50, que es la suma de las cantidades, i el cociente 16 son los quilates de la mezcla.

CAPÍTULO VIII.

De las progresiones.

218. *Progresion* es una série de números que se van excediendo con alguna diferencia proporcional.

Dos géneros hai de progresiones; *aritmética i geométrica.*

219. *Progresion aritmética* es cualquier número de términos contínuos proporcionales en razon aritmética.

220. *Progresion geométrica* es cualquier número de términos contínuos proporcionales en razon geométrica.



ARTÍCULO I.º

DE LA FORMACION DE LA PROGRESION ARITMÉTICA.

221. Para continuar una progresion aritmética, dado el primer término i la diferencia que han de llevar entre sí los términos; añádase al primero la diferencia, i la suma será el segundo: añádase á este la diferencia, i se tendrá el tercero; i así succesivamente se continuará hasta encontrar cuantos términos se quisieren. Por egemplo: sea el primer término 3, i la diferencia 2: luego será el segundo término 5, el tercero 7, el cuarto 9, i continuando de este modo se forma la progresion A$\div$ ² 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. &c.

222. Si la progresion se quiere descendente, se restará la diferencia del término dado, i el residuo será el segundo término; i restando de este la diferencia, se tendrá el tercero, i así succesivamente; por egemplo, sea el primer término 15, i la diferencia 2: luego será 13 el segundo término, el tercero 11, i continuando de este modo se tendrá la progresion B$\div$ ² 15. 13. 11. 9. 7. 5. 3. 1. &c.

ARTÍCULO II.º

DE LA FORMACION DE LA PROGRESION GEOMÉTRICA.

223. Para formar una progresion geométrica, dado el primer término, i el denominador ó exponente de la razon que han de llevar entre sí los términos, multiplíquese el primer término por el exponente, i el producto será el segun-

do término; i así sucesivamente, si la progresion se quiere ascendente.

Si se quiere descendente, se partirá el término dado por el exponente, i el cociente será el segundo término; i partiendo este por el exponente, se tendrá el tercero, i así de los demas. Esto se ve manifiesto en las progresiones A i B, en las cuales el primer término es 8, i el exponente 2.

A ∺ 2 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : &c.

B ∺ 2 8 : 4 : 2 : 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{8}$: &c. La primera es ascendente i la segunda descendente.



do término: i asi sucesivamente, si la progresion se quiere ascendente.

Si se quiere descendente, se partirá el término dado por el exponente, i el cociente será el segundo término; i partiendo este por el exponente, se tendrá el tercero, i asi los demas. Esto se ve manifiesto en las progresiones A, B, en las cuales el primer término es 8, i el exponente 2.

A ∺ 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : &c.

B ∺ 8 : 4 : 2 : 1 : ½ : ¼ : ⅛ : &c. La primera es ascendente i la segunda descendente.

